

## BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN (CÓ THỂ DÙNG PP TỌA ĐỘ ĐỂ GIẢI)

**Bài 1:** ( Bài tập T.3 trang 88, sách BT Hình học 12)

Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D'. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của A'D' và B'B.

- Chứng minh rằng IJ vuông góc với AC'
- Chứng minh rằng D'B vuông góc với mp(A'C'D), D'B vuông góc với mp(ACB')
- Tính góc giữa hai đường thẳng IJ và A'D

**Bài 2:** Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh bằng a.

- Chứng minh rằng giao điểm của đường chéo A'C và mp(AB'D') là trọng tâm tam giác AB'D'.
- Tìm khoảng cách giữa hai mp(AB'D') và mp(C'BD).
- Tìm góc tạo bởi hai mp(DA'C) và mp(ABB'A').

**Bài 3:** ( Đề thi Đại học Ngoại thành TP. Hồ Chí Minh 2001-2002)

Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D', cạnh bằng a.

Giả sử M, N lần lượt là trung điểm của BC và DD'.

- Chứng minh rằng MN // (A'BD).
- Tính khoảng cách giữa 2 đoạn thẳng BD và MN theo a.

**Bài 4:** ( Đề thi Học viện Công nghệ B-u chính viễn thông 2001-2002)

Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' có AB=a; AD=2a; AA'=a.

- Gọi M là điểm nằm trong AD sao cho  $\frac{AM}{MD} = 3$ . Tính khoảng cách từ M đến (AB'C)
- Tính thể tích tứ diện AB'D'C.

**Bài 5:** Bài tập số 7. Ôn tập chương 2- SGK HH12)

Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' cạnh a. Điểm M thuộc AD' và điểm N thuộc BD sao cho  $AM = DN = k$  ( $0 < k < a\sqrt{2}$ )

- Tìm k để đoạn thẳng MN ngắn nhất.
- Chứng minh rằng MN luôn song song với mp(A'D'BC) khi k biến thiên.
- Khi đoạn MN ngắn nhất, chứng minh rằng MN là đường vuông góc chung của AD' và DB và MN song song với A'C.

**Bài 6:** Tính khoảng cách giữa đường chéo của một hình lập phương và đường chéo của một mặt bên nếu chúng không cắt nhau, biết rằng cạnh của hình lập phương bằng a.

**Bài 7:** Cho tam giác OAB vuông tại O, trên đường thẳng vuông góc với (OAB) tại O lấy điểm C.

- Chứng minh rằng tứ diện OABC có 3 cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.
- Từ O vẽ  $OH \perp (ABC)$  tại H. Chứng minh rằng H là trực tâm tam giác ABC.
- Chứng minh rằng  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$

**Bài 8:** ( Bài tập số 9 bài 9. Góc SGK Hình 12)

Cho tứ diện OABC có các mặt OAB, OBC, OCA là các tam giác vuông tại đỉnh O. Gọi  $\alpha, \beta, \gamma$  là góc lồi hợp bởi các mặt phẳng (OBC), (OCA), (OAB) với mặt phẳng (ABC). Chứng minh rằng:

- Tam giác ABC có 3 góc nhọn.
- $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

**Bài 9:** Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a; đường cao bằng b. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng đi qua AB và trung điểm M của cạnh SC.

**Bài 10:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, có cạnh bằng a; đường cao  $SO \perp mp(ABCD)$  và  $SO = a$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SC, AB.

**Bài 11:** ( Đề thi Đại học- Cao đẳng khối B 2006)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với  $AB = SA = a$ ;  $AD = a\sqrt{2}$  và  $SA \perp mp(ABCD)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC, I là giao điểm của BM và AC.

- Chứng minh rằng  $mp(SAC) \perp (SMB)$ .
- Tính thể tích khối tứ diện ANIB.

**Bài 12:** Cho tứ diện SABC có ABC là tam giác đều cạnh a và cạnh  $SA \perp mp(ABC)$  ;

$$SA = 2a$$

Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với SC.

Tìm diện tích thiết diện của tứ diện S.ABC tạo bởi  $mp(\alpha)$ .

**Bài 13:** Cho tứ diện ABCD có G là trọng tâm.

a) Chứng minh rằng đường thẳng đi qua G và một đỉnh của tứ diện cũng đi qua trọng tâm của mặt đối diện với đỉnh đó.

- Gọi A' là trọng tâm tam giác BCD. Chứng minh rằng  $\frac{GA}{GA'} = 3$

**Bài 14:** Cho tam giác ABC vuông tại A. Tìm những điểm M trong không gian sao cho:  $MA^2 \geq MB^2 + MC^2$

**Bài 15:** Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D'. Chứng minh  $AC' \perp (A'BD)$ ;  $AC' \perp (CB'D')$ ;

**Bài 16:** Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' có cạnh bằng a.

- Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng A'B và B'D.
- Gọi MNP lần lượt là các trung điểm của các cạnh BB', CD, A'D'. Tính góc giữa hai đường thẳng MP và C'N.

(Đề thi Đại học- Cao đẳng khối B năm 2002 .

**Bài 17:** ( Đề thi đại học Vinh 2000-2001)

Cho hình hộp lập phương ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> có cạnh bằng 2. Gọi E, F tương ứng là các trung điểm của các cạnh AB, DD<sub>1</sub>.

- Chứng minh rằng  $EF \parallel (BDC_1)$  và tính độ dài đoạn EF.
- Gọi K là trung điểm cạnh C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>. Tính khoảng cách từ đỉnh C đến (EFK) và xác định góc giữa hai đường thẳng EF và BD.

**Bài 18:** ( Đề thi khối D năm 2002)

Cho hình tứ diện ABCD có cạnh AD vuông góc với mặt phẳng (ABC);  $AC=AD=4\text{cm}$ ;  $AB=3\text{cm}$ ;  $BC=5\text{cm}$ ;

Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

**Bài 19:** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, cạnh a, góc  $\hat{A}=60^\circ$  và có đường cao SO bằng a.

- Tính khoảng cách từ O đến mp(SBC).
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB.

**Bài 20:** Cho hình tam giác đều SABC đỉnh S, có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB và SC. Tính theo a diện tích tam giác AMN, biết rằng mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

(Đề thi Đại học- Cao đẳng khối A năm 2002).

**Bài 21:** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, với  $AB=a$ ;  $AD=2a$ , cạnh  $SA \perp mp(ABCD)$ , cạnh SB tạo với mặt phẳng đáy một góc  $60^\circ$ . Trên cạnh SA lấy điểm

M sao cho  $AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ , mặt phẳng (BCM) cắt SD tại điểm N.

Tính thể tích khối chóp SBCNM?

(Đề tham khảo- 2006, sách giới thiệu đề thi tuyển sinh).

**Bài 22:** Cho hình chóp tam giác SABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a,  $SA=2a$ ,  $SA \perp mp(ABC)$ . Gọi MN lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các đường thẳng SB và SC. Tính thể tích của khối chóp ABCNM. (Đề thi Đại học- Cao đẳng khối D năm 2006).