<u>Bài 1</u> Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2+y^2+2x-8y-8=0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d: 3x+y-2=0 và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

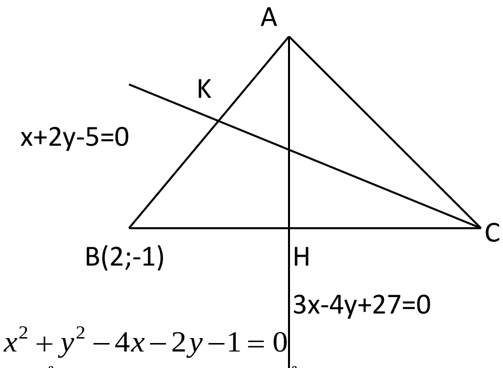
Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: Đường thẳng d' song song với d : 3x+y+m=0

- IH là khoảng cách từ I đến d' : $IH=\dfrac{|-3+4+m|}{5}=\dfrac{|m+1|}{5}$

- Xét tam giác vuông IHB : $IH^2=IB^2-\left(\dfrac{AB^2}{4}\right)=25-9=16$

$\Leftrightarrow \dfrac{(m+1)^2}{25}=16 \Leftrightarrow |m+1|=20 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=19\to d':3x+y+19=0 \\ m=-21\to d':3x+y-21=0\end{array}\right.$



<u>Bài 2</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Cho đường tròn (C) : $x^2+y^2-4x-2y-1=0$ và đường thẳng d : $x+y+1=0$. Tìm những điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ điểm M kẻ được đến

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

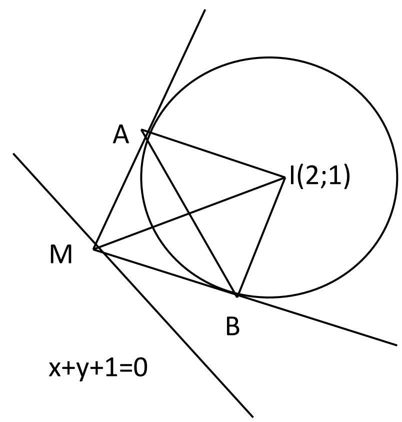
Hướng dẫn:

- M thuộc d suy ra M(t;-1-t). . Nếu 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau thì MAIB là hình vuông (A,B là 2 tiếp điểm). Do đó AB=MI= IA$\sqrt{2}$ =R$\sqrt{2}=\sqrt{6}\sqrt{2}=2\sqrt{3}$.

- Ta có : $MI=\sqrt{(2-t)^2+(2+t)^2}=\sqrt{2t^2+8}=2\sqrt{3}$

- Do đó :

$2t^2+8=12 \Leftrightarrow t^2=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\sqrt{2}\to M_1\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}-1\right) \\ t=\sqrt{2}\to M_2\left(\sqrt{2};-\sqrt{2}-1\right)\end{array}\right.$.



* Chú ý : Ta còn cách khác

- Gọi d' là đường thẳng qua M có hệ số góc k suy ra d' có phương trình : y=k(x-t)-t-1, hay : kx-y-kt-t-1=0 (1) .

- Nếu d' là tiếp tuyến của (C) kẻ từ M thì d(I;d')=R $\Rightarrow \dfrac{|2k-kt-t-2|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow \left[(2-t)k-t-2\right]^2=6\left(1+k^2\right) \Leftrightarrow \left(t^2-4t-2\right)k^2+2(t+2)(2-t)k+\left(t^2+4t-2\right)=0$

- Từ giả thiết ta có điều kiện : $\Leftrightarrow \begin{cases} t^2-4t-2\neq 0 \\ \Delta'=\left(4-t^2\right)-\left(t^2-2-4t\right)\left(t^2-2+4t\right)>0 \\ \dfrac{t^2+4t-2}{t^2-4t-2}=-1\end{cases}$

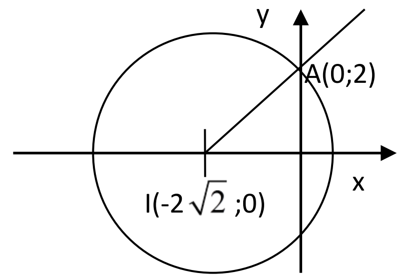
- $\Leftrightarrow \begin{cases} t\neq 2\pm\sqrt{6} \\ \Delta'=t^2\left(19-t^2\right)>0\Rightarrow t=\pm\sqrt{2} \\ t^2=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1+k_2=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ k_1k_2=-1\end{cases} \Rightarrow k_1;k_2 \Leftrightarrow M$

<u>Bài 3</u> Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2+y^2+4\sqrt{3}x-4=0$ Tia Oy cắt (C) tại A. Lập phương trình đường tròn (C’), bán kính R’ = 2 và tiếp xúc ngoài với (C) tại A

Hướng dẫn: - (C) có I($-2\sqrt{3};0$), R= 4 . Gọi J là tâm đường tròn cần tìm :

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

J(a;b)$\Rightarrow (C'):(x-a)^2+(y-b)^2=4$



-Do (C) và (') tiếp xúc ngoài với nhau cho nên khoảng cách IJ

=R+R'$\Rightarrow \sqrt{\left(a+2\sqrt{3}\right)^2+b^2}=4+2=6 \Leftrightarrow a^2+4\sqrt{3}a+b^2=28$

- Vì A(0;2) là tiếp điểm cho nên : $(0-a)^2+(2-b)^2=4(2)$

- Do đó ta có hệ : $\begin{cases}\left(a+2\sqrt{3}\right)^2+b^2=36\\ a^2+(2-b)^2=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2+4\sqrt{3}a+b^2=24\\ a^2-4b+b^2=0\end{cases}$

- Giải hệ tìm được : b=3 và a= $\sqrt{3} \Rightarrow (C'):\left(x-\sqrt{3}\right)^2+(y-3)^2=4$.

* **<u>Chú ý</u>** : Ta có cách giải khác .

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của J trên Ox suy ra OH bằng a và JH bằng b

- Xét các tam giác đồng dạng : IOA và IHJ suy ra : $\frac{IA}{IJ}=\frac{IO}{IH}=\frac{OA}{HJ} \Leftrightarrow \frac{4}{6}=\frac{2\sqrt{3}}{a+2\sqrt{3}}=\frac{2}{b}$

- Từ tỷ số trên ta tìm được : b=3 và a= $\sqrt{3}$.

<u>Bài 4</u>. Trongmặtphẳngtoạđộ Oxy chođườngtròn (C) : $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$ vàđiểm M(1; - 8).Viếtphươngtrìnhđườngthẳng d qua M saocho d cắt (C) tạihaiđiểm A,B phânbiệtmàdiệntích tam giác ABI đạtgiátrịlớnnhất.

<u>Hướng dẫn:</u>

<u>Bài 5</u>. Với I làtâmcủađườngtròn (C).Cho A(1 ; 4) vàhaiđườngthẳng b : x + y – 3 = 0 ; c : x + y – 9 = 0. Tìmđiểm B trênb ,điểm C trên c saocho tam giác ABC vuôngcântại A.

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

<u>Hướng dẫn:</u>

<u>Bài 6</u>

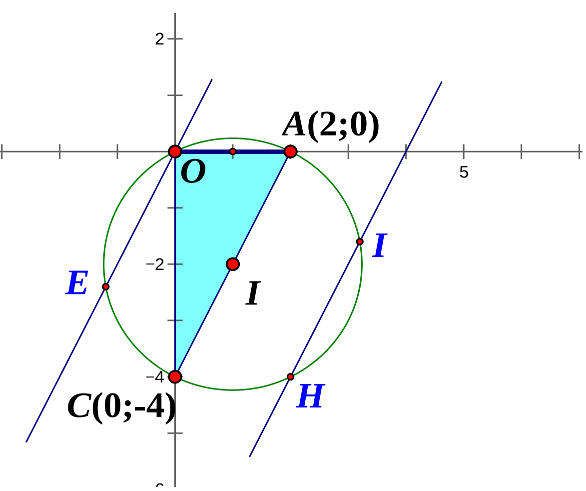
Câu VI.b (2 điểm) 1) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại B và nội tiếp đường tròn (C). Biết rằng (C): $(x-1)^2+(y+2)^2=5$, $A(2;0)$ và diện tích tam giác ABC bằng 4. Tìm toạ độ các đỉnh B,C

Hướng dẫn:

**** Dễ dàng xác định được đỉnh C đối xứng với A qua tâm I(1,-2) => C(0;2)***

**** Do diện tích △ABC bằng 4 suy ra d(B;AC)=$\frac{4}{\sqrt{5}}$. B là giao điểm của đường thẳng song song với AC và cách AC 1 khoảng bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$; với đường tròn (C).***

Kết quả ta có 4 điểm B có tọa độ là (0.00, 0.00);;(2.00, –4.00) ....

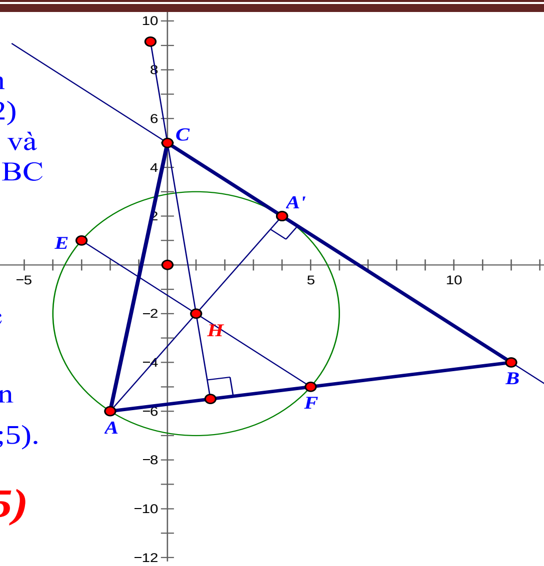


<u>Bài 7</u>

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-20=0$ và đường thẳng $(d): 3x+4y-20=0$. Chứng minh d tiếp xúc với (C). Tam giác ABC có đỉnh A thuộc (C), các đỉnh B và C thuộc d, trung điểm cạnh AB thuộc (C). Tìm tọa độ các đỉnh A,B,C biết trực tâm của tam giác ABC trùng với tâm của đường tròn (C) và điểm B có hoành độ dương.

Hướng dẫn:
* Đường tròn (C) có tâm H(1;-2); bán kính R=5 tiếp xúc với đường thẳng (d) tại A'(4;2)
* Tam giác ABC có trực tâm H, hai đỉnh B và C thuộc (d) thì A' là chân đường cao thuộc BC và A thuộc (C) nên AA' là đường kính và A(-2;-5)
* do trung điểm F của AB thuộc (C) nên HF//=$\frac{1}{2}$A'B =>A'B=10 .Từ đây ta tìm được tọa độ của B= (12;-4)
* Do C thuộc (d) nên tọa độ của C thỏa mãn hệ thức:$\overrightarrow{CA'}$ =t$\overrightarrow{A'B}$ và $\overrightarrow{CH}$. $\overrightarrow{AB}$ =0 => C(0;5).
Tọa độ các đỉnh của tam giác là :

A=(-2;-5);B= (12;-4);C=(0;5)



Bài 8 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho đường tròn hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1; 0)$. Viết phương trình đường thẳng qua *M* cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại *A, B* sao cho *MA= 2MB*

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: * Cách 1.

- Gọi d là đường thẳng qua M có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = bt \end{cases}$

- Đường tròn $(C_1): I_1(1;1), R_1 = 1. (C_2): I_2(-2;0), R_2 = 3$, suy ra :

$(C_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1, (C_2): (x+2)^2 + y^2 = 9$

- Nếu d cắt (C_1) tại A : $\Rightarrow (a^2+b^2)t^2 - 2bt = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \to M \\ t = \dfrac{2b}{a^2+b^2} \end{array}\right. \Rightarrow A\left(1 + \dfrac{2ab}{a^2+b^2}; \dfrac{2b^2}{a^2+b^2}\right)$

- Nếu d cắt (C_2) tại B : $\Rightarrow (a^2+b^2)t^2 + 6at = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \to M \\ t = -\dfrac{6a}{a^2+b^2} \end{array}\right. \Leftrightarrow B\left(1 - \dfrac{6a^2}{a^2+b^2}; -\dfrac{6ab}{a^2+b^2}\right)$

- Theo giả thiết : MA=2MB $\Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 \; (*)$

- Ta có : $\left(\dfrac{2ab}{a^2+b^2}\right)^2 + \left(\dfrac{2b^2}{a^2+b^2}\right)^2 = 4\left[\left(\dfrac{6a^2}{a^2+b^2}\right)^2 + \left(\dfrac{6ab}{a^2+b^2}\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow \dfrac{4b^2}{a^2+b^2} = 4.\dfrac{36a^2}{a^2+b^2} \Leftrightarrow b^2 = 36a^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -6a \to d: 6x + y - 6 = 0 \\ b = 6a \to d: 6x - y - 6 = 0 \end{array}\right.$

**** Cách 2.***

- Sử dụng phép vị tự tâm I tỉ số vị tự k=$-\dfrac{1}{2}$. (Học sinh tự làm)

Bài 9 Trong hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường tròn có phương trình $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: : - Ta có :

$(C_1): x^2+(y-2)^2=9 \Rightarrow I_1(0;2), R_1=3,\quad (C_2):(x-3)^2+(y+4)^2=9 \Rightarrow I_2(3;-4), R_2=3$

- Nhận xét : $I_1I_2=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}<3+3=6 \Rightarrow (C_1)$ không cắt (C_2)

- Gọi d : ax+by+c =0 ($a^2+b^2\neq 0$) là tiếp tuyến chung , thế thì : $d(I_1,d)=R_1, d(I_2,d)=R_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{|2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3(1) \\ \dfrac{|3a-4b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3(2) \end{cases} \Rightarrow \frac{|2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|3a-4b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow |2b+c|=|3a-4b+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3a-4b+c=2b+c \\ 3a-4b+c=-2b-c \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2b \\ 3a-2b+2c=0 \end{array}\right.$. Mặt khác từ (1) : $(2b+c)^2=9(a^2+b^2) \Leftrightarrow$

- Trường hợp : a=2b thay vào (1) :

$$(2b+c)^2=9(4b^2+b^2) \Leftrightarrow 41b^2-4bc-c^2=0.\Delta'_b=4c^2+41c^2=45c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{2b-3\sqrt{5}c}{4} \\ b=\dfrac{(2+3\sqrt{5})c}{4} \end{array}\right.$$

- Do đó ta có hai đường thẳng cần tìm :

$d_1: \dfrac{(2-3\sqrt{5})}{2}x+\dfrac{(2-3\sqrt{5})}{4}y+1=0 \Leftrightarrow 2(2-3\sqrt{5})x+(2-3\sqrt{5})y+4=0$

$d_1: \dfrac{(2+3\sqrt{5})}{2}x+\dfrac{(2+3\sqrt{5})}{4}y+1=0 \Leftrightarrow 2(2+3\sqrt{5})x+(2+3\sqrt{5})y+4=0$

- Trường hợp : $c=\dfrac{2b-3a}{2}$, thay vào (1) : $\dfrac{\left|2b+\dfrac{2b-3a}{2}\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3 \Leftrightarrow |2b-a|=\sqrt{a^2+b^2}$

$$\Leftrightarrow (2b-a)^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 3b^2-4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \to c=-\dfrac{a}{2} \\ b=\dfrac{4a}{3} \to c=-\dfrac{a}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0, a=-2c \\ b=\dfrac{4a}{3}, a=-6c \end{array}\right.$$

- Vậy có 2 đường thẳng : $d_3: 2x-1=0$, $d_4: 6x+8y-1=0$

__Bài 10__ Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn :

(C_1) : $(x-5)^2+(y+12)^2=225$ và (C_2) : $(x-1)^2+(y-2)^2=25$

Hướng dẫn: - Ta có (C) với tâm I(5;-12) ,R=15. (C') có J(1;2) và R'=5. Gọi d là tiếp tuyến chung có phương trình : ax+by+c=0 ($a^2+b^2\neq 0$).

- Khi đó ta có : $h(I,d)=\dfrac{|5a-12b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=15\,(1), h(J,d)=\dfrac{|a+2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=5\,(2)$

- Từ (1) và (2) suy ra : $|5a-12b+c|=3|a+2b+c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5a-12b+c=3a+6b+3c \\ 5a-12b+c=-3a-6b-3c \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a-9b=c \\ -2a+\dfrac{3}{2}b=c \end{array}\right.$. Thay vào (1) : $|a+2b+c|=5\sqrt{a^2+b^2}$ ta có hai trường hợp :

- Trường hợp : c=a-9b thay vào (1) : $(2a-7b)^2=25(a^2+b^2) \Leftrightarrow 21a^2+28ab-24b^2=0$

Suy ra : $\left[\begin{array}{l} a=\dfrac{14-10\sqrt{7}}{21}\to d:\left(\dfrac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x+y-\dfrac{175+10\sqrt{7}}{21}=0 \\ a=\dfrac{14+10\sqrt{7}}{21}\to d:\left(\dfrac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x+y-\dfrac{175-10\sqrt{7}}{21}=0 \end{array}\right.$

- Trường hợp : $c=-2a+\dfrac{3}{2}b\Rightarrow(1):(7b-2a)^2=100\left(a^2+b^2\right)\Leftrightarrow 96a^2+28ab+51b^2=0$. Vô nghiệm . (Phù hợp vì : $IJ=\sqrt{16+196}=\sqrt{212}<R+R'=5+15=20=\sqrt{400}$. Hai đường tròn cắt nhau) .

Bài 11 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M (2;4)
Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A và B, sao cho M là trung điểm của AB

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: - Đường tròn (C) : $(x-1)^2+(y-3)^2=4\Rightarrow I(1;3), R=2, P_{M/(C)}=1+1-4=-2<0\Rightarrow M$ nằm trong hình tròn (C) .

- Gọi d là đường thẳng qua M(2;4) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)\Rightarrow d:\begin{cases}x=2+at\\ y=4+bt\end{cases}$

- Nếu d cắt (C) tại A,B thì : $(at+1)^2+(bt+1)^2=4\Leftrightarrow\left(a^2+b^2\right)t^2+2(a+b)t-2=0(1)$ (có 2 nghiệm t) .

Vì vậy điều kiện : $\Delta'=(a+b)^2+2\left(a^2+b^2\right)=3a^2+2ab+3b^2>0(*)$

- Gọi $A(2+at_1;4+bt_1), B(2+at_2;4+bt_2)\Rightarrow$ M là trung điểm AB thì ta có hệ :

$\Leftrightarrow\begin{cases}4+a(t_1+t_2)=4\\ 8+b(t_1+t_2)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a(t_1+t_2)=0\\ b(t_1+t_2)=0\end{cases}\Leftrightarrow t_1+t_2=0$. Thay vào (1) khi áp dụng vi ét ta được :

$\Leftrightarrow t_1+t_2=-\dfrac{2(a+b)}{a^2+b^2}=0\Leftrightarrow a+b=0\Leftrightarrow a=-b\Rightarrow d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-4}{1}\Leftrightarrow d:\quad x+y-6=0$

Bài 12 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I và đường thẳng Δ: mx + 4y = 0. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.

Hướng dẫn: - (C) : $(x-1)^2+(y-m)^2=25\quad\Rightarrow I(1;m), R=5$.

- Nếu d : mx +4y=0 cắt (C) tại 2 điểm A,B thì $\begin{cases}y=-\dfrac{m}{4}x\\ \left(\dfrac{m^2+16}{16}\right)x^2-2\left(\dfrac{4+m^2}{4}\right)x+m^2-24=0(1)\end{cases}$

- Điều kiện : $\Delta'=m^2+25>0\Leftrightarrow m\in R$. Khi đó gọi $A\left(x_1;-\dfrac{m}{4}x_1\right), B\left(x_2;-\dfrac{m}{4}x_2\right)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+\dfrac{m^2}{16}(x_2-x_1)^2}=|x_2-x_1|\dfrac{\sqrt{m^2+16}}{4}=8\dfrac{\sqrt{m^2+25}}{\sqrt{m^2+16}}$

- Khoảng cách từ I đến d = $\dfrac{|m+4m|}{\sqrt{m^2+16}}=\dfrac{|5m|}{\sqrt{m^2+16}}$

- Từ giả thiết : $S=\dfrac{1}{2}AB.d=\dfrac{1}{2}.8\dfrac{\sqrt{m^2+25}}{\sqrt{m^2+16}}.\dfrac{|5m|}{\sqrt{m^2+16}}=4|5m|\dfrac{\sqrt{m^2+25}}{m^2+16}=12$

$\Leftrightarrow |5m|\dfrac{\sqrt{m^2+25}}{m^2+16}=3 \Leftrightarrow 25m^2\left(m^2+25\right)=9\left(m^2+16\right)^2$

- Ta có một phương trình trùng phương , học sinh giải tiếp .

Bài 13 Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A(2; 5), B(4;1) và tiếp xúc với đường thẳng có phương trình 3x – y + 9 = 0.

Hướng dẫn:

Gọi M là trung điểm AB suy ra M(3;3) . d' là đường trung trực của AB thì d' có phương trình : 1.(x-3)-2(y-3)=0 , hay : x-2y+3=0 .

- Tâm I của (C) nằm trên đường thẳng d' cho nên I(2t-3;t) (*)

- Nếu (C) tiếp xúc với d thì $h\left(I,d\right)=R \Leftrightarrow \dfrac{\left|3\left(2t-3\right)-t+9\right|}{\sqrt{10}}=\dfrac{|5t|}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}|t|=R$. (1)

- Mặt khác : R=IA=$\sqrt{\left(5-2t\right)^2+\left(5-t\right)^2}$. (2) .

- Thay (2) vào (1) : $\sqrt{\left(5-2t\right)^2+\left(5-t\right)^2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}|t| \Leftrightarrow 4\left(5t^2-30t+50\right)=10t^2$

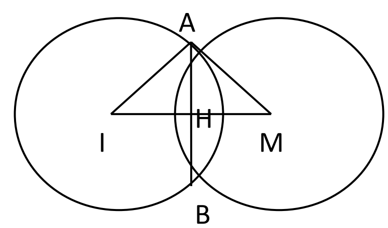
$\Leftrightarrow t^2-12t+2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=6-\sqrt{34} \\ t=6+\sqrt{34}\end{array}\right.$. Thay các giá trị t vào (*) và (1) ta tìm được tọa độ tâm I và bán kính R của (C) .

* **Chú ý** : Ta có thể sử dụng phương trình (C) : $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (có 3 ẩn a,b,c)

- Cho qua A,B ta tạo ra 2 phương trình . Còn phương trình thứ 3 sử dụng điều kiện tiếp xúc của (C) và d : khoảng cách từ tâm tới d bằng bán kính R .

Bài 14 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 – 2x + 4y + 2 = 0$.

Viết phương trình đường tròn (C') tâm M(5, 1) biết (C') ắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB=\sqrt{3}$.



Hướng dẫn: - Đường tròn (C) :

$\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=3 \Rightarrow I\left(1;-2\right), R=\sqrt{3}$.

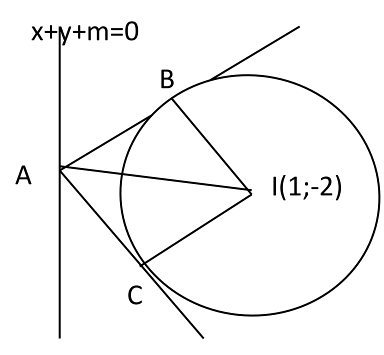
- Gọi H là giao của AB với (IM). Do đường tròn (C') tâm M có bán kính R' = MA . Nếu AB=$\sqrt{3}=IA=R$, thì tam giác IAB là tam giác đều , cho nên IH=$\dfrac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{2}$ (đường cao tam giác đều) . Mặt khác : IM=5 suy ra HM= $5-\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2}$.

- Trong tam giác vuông HAM ta có $MA^2=IH^2+\dfrac{AB^2}{4}=\dfrac{49}{4}+\dfrac{3}{4}=13=R'^2$

- Vậy (C') : $\left(x-5\right)^2+\left(y-1\right)^2=13$.

Bài 15 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) có ph- ơng trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đ- ờng thẳng d: x + y + m = 0. Tìm m để trên đ- ờng thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ đ- ợc hai tiếp tuyến AB, AC tới đ- ờng tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

Hướng dẫn:



- (C) có I(1;-2) và bán kính R=3 . Nếu tam giác ABC vuông góc tại A (có nghĩa là từ A kẻ được 2 tiếp tuyến tới (C) và 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau) khi đó ABIC là hình vuông . Theo tính chất hình vuông ta có IA= IB $\sqrt{2}$ (1) .

- Nếu A nằm trên d thì A(t;-m-t) suy ra :

$IA=\sqrt{(t-1)^2+(t-2+m)^2}$. Thay vào (1) :

$\Rightarrow \sqrt{(t-1)^2+(t-2+m)^2}=3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow 2t^2-2(m-1)t+m^2-4m-13=0$ (2). Để trên d có đúng 1 điểm A thì (2) có đúng 1 nghiệm t , từ đó ta có điều kiện : $\Delta=-(m^2+10m+25)=0 \Leftrightarrow -(m+5)^2=0 \Rightarrow m=-5$ .Khi đó (2) có nghiệm kép là :

$t_1=t_2=t_0=\dfrac{m-1}{2}=\dfrac{-5-1}{2}=-3 \Rightarrow A(-3;8)$

Bài 16 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai đường thẳng (d_1) : 4x - 3y - 12 = 0 và (d_2): 4x + 3y - 12 = 0. Tìm toạ độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên (d_1), (d_2), trục Oy.

Hướng dẫn: - Gọi A là giao của $d_1,d_2 \Rightarrow A:\begin{cases}4x-3y-12=0\\4x+3y-12=0\end{cases} \Leftrightarrow A(3;0)\in \text{Ox}$

- Vì (BC) thuộc Oy cho nên gọi B là giao của d_1 với Oy : cho x=0 suy ra y=-4 , B(0;-4) và C là giao của d_2 với Oy : C(0;4) . Chứng tỏ B,C đối xứng nhau qua Ox , mặt khác A nằm trên Ox vì vậy tam giác ABC là tam giác cân đỉnh A . Do đó tâm I đường tròn nội tiếp tam giác thuộc Ox suy ra I(a;0).

- Theo tính chất phân giác trong : $\dfrac{IA}{IO}=\dfrac{AC}{AO}=\dfrac{5}{4} \Rightarrow \dfrac{IA+IO}{IO}=\dfrac{5+4}{4} \Leftrightarrow \dfrac{OA}{IO}=\dfrac{9}{4}$

$\Rightarrow IO=\dfrac{4OA}{9}=\dfrac{4.3}{9}=\dfrac{4}{3}$. Có nghĩa là I($\dfrac{4}{3}$;0)

- Tính r bằng cách : $S=\dfrac{1}{2}BC.OA=\dfrac{1}{2}.5.3=\dfrac{15}{2}=\dfrac{1}{2}\dfrac{(AB+BC+CA)}{r}=\dfrac{1}{2}\dfrac{(5+8+5)}{r} \Rightarrow r=\dfrac{18}{15}=\dfrac{6}{5}$.

Bài 17 Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn : (C_1): $x^2+y^2=13$ và $(C_2):(x-6)^2+y^2=25$ cắt nhau tại A(2;3).Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cắt $(C_1),(C_2)$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau

Hướng dẫn:

- Từ giả thiết : $(C_1):I=(0;0),R=\sqrt{13}.(C_2);J(6;0),R'=5$

- Gọi đường thẳng d qua A(2;3) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b) \Rightarrow d:\begin{cases}x=2+at\\y=3+bt\end{cases}$

- d cắt (C_1) tại A, B : $\Leftrightarrow \begin{cases}x=2+at\\y=3+bt\\x^2+y^2=13\end{cases} \Leftrightarrow \left[(a^2+b^2)t^2+2(2a+3b)t\right]=0 \rightarrow t=-\dfrac{2a+3b}{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow B\left(\dfrac{b(2b-3a)}{a^2+b^2};\dfrac{a(3a-2b)}{a^2+b^2}\right)$. Tương tự d cắt (C_2) tại A,C thì tọa độ của A,C là nghiệm của hệ :

$\Leftrightarrow \begin{cases}x=2+at\\y=3+bt\\(x-6)^2+y^2=25\end{cases} \rightarrow t=\dfrac{2(4a-3b)}{a^2+b^2} \Leftrightarrow C\left(\dfrac{10a^2-6ab+2b^2}{a^2+b^2};\dfrac{3a^2+8ab-3b^2}{a^2+b^2}\right)$

- Nếu 2 dây cung bằng nhau thì A là trung điểm của A,C . Từ đó ta có phương trình :

$$\Leftrightarrow \frac{(2b^2-3ab)}{a^2+b^2}+\frac{10a^2-6ab+2b^2}{a^2+b^2}=4 \Leftrightarrow 6a^2-9ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0 \rightarrow ;d:\begin{cases}x=2\\y=3+t\end{cases}\\ a=\dfrac{3}{2}b \rightarrow \vec{u}=\left(\dfrac{3}{2}b;b\right)//\vec{u'}=(3;2)\end{array}\right.$$

Suy ra : $\rightarrow d:\begin{cases}x=2+3t\\y=3+2t\end{cases}$. Vậy có 2 đường thẳng : d: x-2=0 và d': 2x-3y+5=0

Bài 18 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm E(-1;0) và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 16 = 0$.

Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm E cắt (C) theo dây cung MN có độ dài ngắn nhất.

Hướng dẫn: - $(C):(x-4)^2+(y-2)^2=36 \Rightarrow I(4;2), R=6$

- Nhận xét : P/(M,C)=1+8-16=-7<0 suy ra E nằm trong (C)
- Gọi d là đường thẳng qua E(-1;0) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b) \Rightarrow d:\begin{cases}x=-1+at\\y=bt\end{cases}$
- Đường thẳng d cắt (C) tại 2 điểm M,N có tọa độ là nghiệm của hệ :

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x=-1+at\\y=bt\\(x-4)^2+(y-2)^2=36\end{cases} \rightarrow (a^2+b^2)t^2-2(5a+2b)t-7=0. \ (1)$$

- Gọi M(-1+at;bt),N(-1+at';bt') với t và t' là 2 nghiệm của (1). Khi đó độ dài của dây cung MN

$$=\sqrt{a^2(t-t')^2+b^2(t-t')^2}=|t-t'|\sqrt{a^2+b^2}=\frac{2\sqrt{\Delta'}}{a^2+b^2}\sqrt{a^2+b^2}=\frac{2\sqrt{18a^2+20ab+11b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

- $\Leftrightarrow 2\sqrt{\dfrac{18+20\left(\frac{b}{a}\right)+11\left(\frac{b}{a}\right)^2}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}} \Leftrightarrow 2\sqrt{\dfrac{18+20t+11t^2}{1+t^2}}\left(t=\dfrac{b}{a}\right)$. Xét hàm số f(t)=$\dfrac{18+20t+11t^2}{1+t^2}$

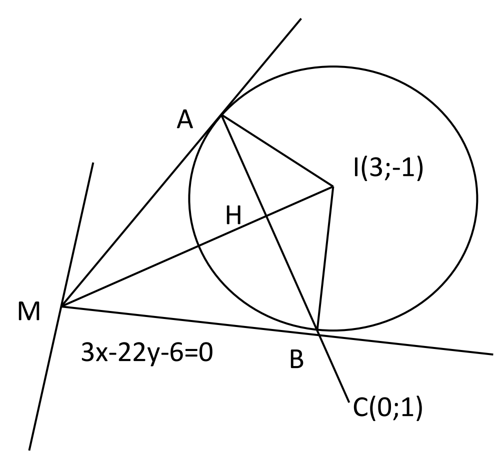
- Tính đạo hàm f'(t) cho bằng 0 , lập bảng biến thiên suy ra GTLN của t , từ đó suy ra t (tức là suy ra tỷ số a/b)). Tuy nhiên cách này dài

* **Chú ý** : Ta sử dụng tính chất dây cung ở lớp 9 : Khoảng cách từ tâm đến dây cung càng nhỏ thì dây cung càng lớn

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng d bất kỳ qua E(-1;0). Xét tam giác vuông HIE (I là đỉnh) ta luôn có : $IH^2=IE^2-HE^2 \le IE^2 \Rightarrow IH \le IE$. Do đó IH lớn nhất khi HE=0 có nghĩa là H trùng với E . Khi đó d cắt (C) theo dây cung nhỏ nhất . Lúc này d là đường thẳng qua E và vuông góc với IE cho nên d có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{IE}=(5;2)$, do vậy d: 5(x+1)+2y=0 hay : 5x+2y+5=0 .

Bài 19 Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d: 3x – 22y – 6 = 0, sao cho từ điểm M kẻ được tới (C) hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm) mà đường thẳng AB đi qua điểm C (0;1).

Hướng dẫn: - (C) : $(x-3)^2+(y+1)^2=25$, có I(3;-1) và R=5 .



- Gọi $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ là 2 tiếp điểm của 2 tiếp tuyến kẻ từ M .
- Gọi M$(x_0;y_0) \in d \Rightarrow 3x_0-22y_0-6=0$ (*)
- Hai tiếp tuyến của (C) tại A,B có phương trình là :
- $(x_1-3)(x-3)+(y_1+1)(y+1)=25 \quad (1)$ và :
- $(x_2-3)(x-3)+(y_2+1)(y+1)=25 \quad (2)$
- Để 2 tiếp tuyến trở thành 2 tiếp tuyến kẻ từ M thì 2 tiếp tuyến phải đi qua M ;
- $(x_1-3)(x_0-3)+(y_1+1)(y_0+1)=25 \quad (3)$ và
- $(x_2-3)(x_0-3)+(y_2+1)(y_0+1)=25 \quad (4)$

Từ (3) và (4) chứng tỏ (AB) có phương trình là : $(x_0-3)(x-3)+(y_0+1)(y+1)=25 \quad (5)$

- Theo giả thiết thì (AB) qua C(0;1) suy ra :

$-3(x_0-3)+2(y_0+1)=25 \Leftrightarrow -3x_0+2y_0-14=0 (6)$

- Kết hợp với (*) ta có hệ : $\begin{cases} 3x_0-22y_0-6=0 \\ -3x_0+2y_0-14=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_0=-1 \\ x_0=-\frac{16}{3} \end{cases} \Leftrightarrow M\left(-\frac{16}{3};-1\right)$

Bài 20 Trong mp Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm P(1;3).
a.Viết phương trình các tiếp tuyến PE, PF của đường tròn (C), với E, F là các tiếp điểm.
b.Tính diện tích tam giác PEF.

Hướng dẫn: - (C):

$(x-3)^2+(y+1)^2=4 \Rightarrow I(3;-1), R=2$

- Giả sử đường thẳng qua P có véc tơ pháp tuyến

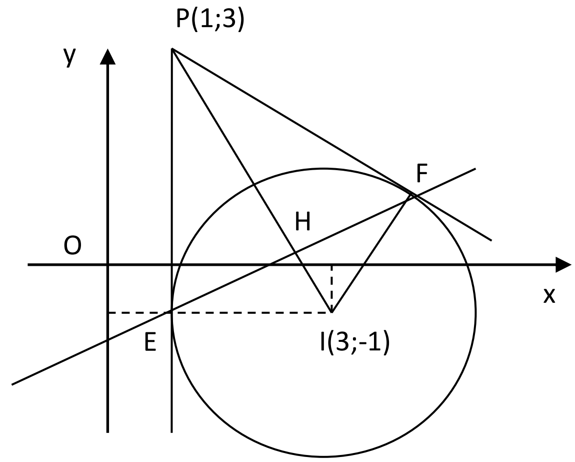
$\vec{n}(a;b) \Rightarrow d: a(x-1)+b(y-3)=0$

Hay : ax+by-(a+3b)=0 (*).

- Để d là tiếp tuyến của (C) thì khoảng cách từ tâm I đến d bằng bán kính :

$\Leftrightarrow \frac{|3a-b-a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow \frac{|2a-4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2$

$\Leftrightarrow (a-2b)^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 4ab-3b^2=0$



$\Leftrightarrow b(4a-3b)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \rightarrow a(x-1)=0 \leftrightarrow x-1=0 \\ b=\frac{4}{3}a \rightarrow a(x-1)+\frac{4}{3}a(y-3)=0 \leftrightarrow 3x+4y-6=0 \end{array}\right.$

-Ta có : PI=$2\sqrt{5}$, PE=PF=$\sqrt{PI^2-R^2}=\sqrt{20-4}=4$.

Tam giác IEP đồng dạng với IHF suy ra :

$\frac{\text{IF}}{\text{IH}}=\frac{EP}{EH}=\frac{IP}{IE}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5} \Rightarrow IH=\frac{\text{IF}}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}, EH=\frac{EP}{\sqrt{5}}=\frac{4}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow PH=PI-IH=2\sqrt{5}-\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{8}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow S_{EPF}=\frac{1}{2}\text{EF.PH}=\frac{1}{2}\frac{8}{\sqrt{5}}\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{32}{5}$

Bài 21 Trong mpOxy, cho 2 đường thẳng d_1: 2x + y – 1 = 0, d_2: 2x – y + 2 = 0. Viết pt đường tròn (C) có tâm nằm trên trục Ox đồng thời tiếp xúc với d_1 và d_2.

Hướng dẫn: - Gọi I(a;0) thuộc Ox . Nếu (C) tiếp xúc với 2 đường thẳng thì : $\begin{cases} h(I,d_1)=h(I,d_2) \\ h(I,d_1)=R \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|2a-1|}{\sqrt{5}}=\frac{|2a+2|}{\sqrt{5}} (1) \\ R=\frac{|2a-1|}{\sqrt{5}} \quad (2) \end{cases}$. Từ (1) : a=$\frac{1}{4}$, thay vào (2) : R=$\frac{\sqrt{5}}{10} \Leftrightarrow (C): \left(x-\frac{1}{4}\right)^2+y^2=\frac{5}{100}$

Bài 22 Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Lập pt đường tròn (C’) đối xứng với (C) qua đường thẳng Δ: x – 2 = 0

Hướng dẫn: Ta có (C): $(x-1)^2+(y-2)^2=2 \leftrightarrow I(1;2), R=\sqrt{2}$

- Gọi J là tâm của (C') thì I và J đối xứng nhau qua d : x=2 suy ra J(3;2) và (C) có cùng bán kính R . Vậy (C'): $(x-3)^2+(y-2)^2=2$ đối xứng với (C) qua d .

Bài 23 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng d: x + y – 3 = 0 và 2 điểm A(1; 1), B(–3; 4). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

Hướng dẫn: - M thuộc d suy ra M(t;3-t) . Đường thẳng (AB) qua A(1;1) và có véc tơ chỉ phương

$\vec{u}=(4;-3)\Rightarrow(AB):\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{-3}\Leftrightarrow 3x+4y-4=0$

- Theo đầu bài : $\dfrac{|3t+4(3-t)-4|}{5}=1\Leftrightarrow|-t+8|=5$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\to M(3;0)\\ t=13\to M(13;-10)\end{array}\right.$

*** Chú ý :**

Đường thẳng d' song song với (AB) có dạng : 3x+4y+m=0 . Nếu d' cách (AB) một khoảng bằng 1 thì

h(A,d')=1 $\Leftrightarrow\dfrac{|3+4+m|}{5}=1$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\to d':3x+4y-2=0\\ m=-12\to d':3x+4y-12=0\end{array}\right.$. Tìm giao của d' với d ta tìm được M .

Bài 24 Trong hệ trục 0xy, cho đường tròn (C): x^2+y^2 -8x+12=0 và điểm E(4;1). Tìm toạ độ điểm M trên trục tung sao cho từ M kẻ được 2 tiếp tuyến MA, MB đến (C), với A,B là các tiếp điểm sao cho E thuộc đường thẳng AB

Hướng dẫn: - Đường tròn (C) :

$(x-4)^2+y^2=4\Rightarrow I(2;0),R=2$

- Gọi M(0;a) thuộc Oy . $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)\in(C)$

- Tiếp tuyến tại A và B có phương trình là :

$(x_1-4)(x-4)+y_1y=4,(x_2-4)(x-4)+y_2y=4$

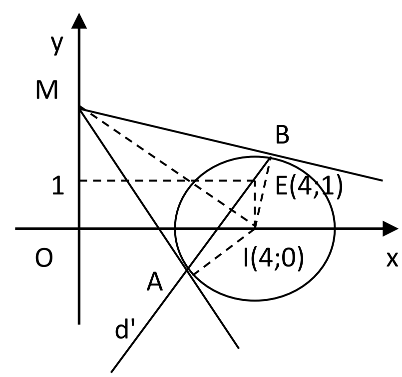
- Để thỏa mãn 2 tiếp tuyến này cùng qua M(0;a)

$\Leftrightarrow(x_1-4)(0-4)+y_1a=4,(x_2-4)(0-4)+y_1a=4$.

Chứng tỏ (AB) có phương trình : -4(x-4)+ay=4

- Nếu (AB) qua E(4;1) : -4(0)+a.1=4 suy ra : a=4

Vậy trên Oy có M(0;4) thỏa mãn .



Bài 25 Viết phương trình đường tròn (C) có bán kính R = 2 tiếp xúc với trục hoành và có tâm I nằm trên đường thẳng (d) : x + y – 3 = 0.

Hướng dẫn: - Tâm I nằm trên d suy ra I(t;3-t) . Nếu (C) tiếp xúc với Ox thì khoảng cách từ I đến Ox bằng bán kính R=2 : $|3-t|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-t=-2\\ 3-t=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\to I_1=(5;-2)\\ t=1\to I_2=(1;2)\end{array}\right.$

- Như vậy có 2 đường tròn : $(C_1):(x-5)^2+(y+2)^2=4,(C_2):(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

Bài 26 Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) có phương trình :

$x^2+y^2-2x-6y+6=0$.

a. Viết phương trình đường thẳng đi qua M(2 ; 4) cắt đường tròn (C) tại 2 điểm A, B sao cho M là trung điểm đoạn AB.

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho tiếp tuyến ấy song song với đường thẳng có phương trình : 2x + 2y – 7 = 0.

c. Chứng tỏ đường tròn (C) và đường tròn (C ’) : $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ tiếp xúc nhau. Viết phương trình tiếp tuyến chung của chúng tại tiếp điểm

Hướng dẫn: - (C) : $(x-1)^2+(y-3)^2=4 \Rightarrow I(1;3), R=2$.

a. Gọi A(x;y) thuộc (C) suy ra $(x-1)^2+(y-3)^2=4\,(1)$, B đối xứng với A qua M suy ra B(4-x;8-y) . Để đảm bảo yêu cầu bài toán thì B thuộc (C) : $(3-x)^2+(5-y)^2=4\,(2)$.

- Từ (1) và (2) ta có hệ : $\begin{cases}(x-1)^2+(y-3)^2=4\\(3-x)^2+(5-y)^2=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-2x-6y+6=0 & (3)\\x^2+y^2-6x-10y+30=0 & (4)\end{cases}$

- Lấy (3) -(4) ta có phương trình : 4x+4y-24=0 , hay : x+y-6=0 . Đó chính là đường thẳng cần tìm .

b. Gọi d' là đường thẳng // với d nên nó có dạng : 2x+2y+m=0 (*) . Để d' là tiếp tuyến của (C) thì :

$$\Rightarrow h(I,d')=\frac{|2+6+m|}{\sqrt{8}}=2 \Leftrightarrow |m+8|=4\sqrt{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l}m=4\sqrt{2}-8\\m=-4\sqrt{2}-8\end{array}\right.$$

c. (C'): $(x-2)^2+(y-3)^2=9 \Rightarrow I'(2;3), R'=3$

- Ta có : II'=1 , R'-R=1 . Chứng tỏ hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau .

- Tìm tọa độ tiếp điểm : $\begin{cases}(x-1)^2+(y-3)^2=4\\(x-2)^2+(y-3)^2=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-2x-6y+6=0\\x^2+y^2-4x-6y+4=0\end{cases} \Rightarrow 2x+2=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Thay vào phương trình đầu của hệ : $y^2-6y+9=0 \Leftrightarrow (y-3)^2=0 \to y=3 \Leftrightarrow M(1;3)$.

- Tiếp tuyến chung qua M và vuông góc với IJ suy ra d': 1(x-1)=0 hay : x-1=0 .

Bài 27 Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình : $4x^2 + 9y^2 = 36$.

a. . Cho 2 đường thẳng (D) : ax – by = 0 và (D’) : bx + ay = 0 ($a^2 + b^2 > 0$). Tìm giao điểm E, F của (D) với (E) và giao điểm P, Q của (D’) với (E). Tính diện tích tứ giác EPFQ theo a, b.

b. Chứng minh rằng MPFQ lươn ngoại tiếp một đường tròn cố định ? Viết phương trình đường tròn cố định đó.

c. Cho điểm M(1 ; 1). Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm của đoạn thẳng AB

Hướng dẫn: a. Hai đường thẳng (D) và (D') vuông góc nhau .

- (D) giao với (E) tại E,F có tọa độ là nghiệm của hệ : $\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\\text{ax-by=0}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4\left(\dfrac{by}{a}\right)^2+9y^2=36\\x=\dfrac{by}{a}\end{cases}$

$$\Rightarrow E\left(\frac{6b}{\sqrt{9a^2+4b^2}};\frac{6a}{\sqrt{9a^2+4b^2}}\right),F\left(\frac{-6b}{\sqrt{9a^2+4b^2}};\frac{-6a}{\sqrt{9a^2+4b^2}}\right)$$

- Tương tự (D') cắt (E) tại P,Q với tọa độ là nghiệm: $\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\\text{ax+by=0}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4\left(-\dfrac{by}{a}\right)^2+9y^2=36\\x=-\dfrac{by}{a}\end{cases}$

$$\Rightarrow P\left(\frac{-6b}{\sqrt{9a^2+4b^2}};\frac{6a}{\sqrt{9a^2+4b^2}}\right),Q\left(\frac{6b}{\sqrt{9a^2+4b^2}};\frac{-6a}{\sqrt{9a^2+4b^2}}\right)$$

- Tính diện tích tam giác EPFQ ;

Bài 28 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho họ đường thẳng phụ thuộc tham số α :

$(x - 1)\cos\alpha + (y - 1)\sin\alpha - 1 = 0$

a. Tìm tập hợp cácđiểm của mặt phẳng không thuộc bất kỳ đường thẳng nào của họ.

b. Chứng minh mọi đường thẳng của họ đều tiếp xúc với một đường tròn cố định.

Hướng dẫn: b. Gọi $I\left(x_0;y_0\right)$ là điểm cố định . Khoảng cách từ I đến d có giá trị là :

$$\Leftrightarrow \frac{\left|\left(x_0-1\right)\cos\alpha+\left(y_0\text{-}1\right)\sin\alpha-1\right|}{\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}}=\frac{|-1|}{1}=1\Leftrightarrow\begin{cases}x_0-1=0\\y_0-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=1\\y_0=1\end{cases}\Rightarrow I(1;1)$$

- Với kết quả trên chứng tỏ d luôn tiếp xúc với đường tròn (C) có tâm I và bán kính bằng 1 (Không phụ thuộc vào α . (C): $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

Bài 29 Cho hai điểm A(1;1), B(4;-3) và đường thẳng d : x-2y-1=0.

a. Tìm tọa độ điểm C trên d sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB=6(ĐHKB-04)

b. Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB ?(ĐHKA-2004)

Hướng dẫn:

a/ (AB) qua A(1;1) có $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(3;-4)\Rightarrow(AB):\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-4}\Leftrightarrow 4x+3y-7=0$

- C thuộc : x-2y-1=0 suy ra C(2t+1;t) do đó : $6=\frac{\left|4(2t+1)+3t-7\right|}{5}\Leftrightarrow|11t-3|=30$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\rightarrow C_1(7;3)\\t=-\frac{27}{11}\rightarrow C_2\left(-\frac{43}{11};-\frac{27}{11}\right)\end{array}\right.$$

b/ - Đường thẳng qua O vuông góc với AB có phương trình : 3x-4y=0.

- Đường thẳng qua B và vuông góc với OA có phương trình : (x-4)+(y+3)=0.

- Đường thẳng qua A và vuông góc với OB có phương trình : 4(x-1)-3(y-1)=0

hay : 4x-3y-1=0

- Vậy tọa độ trực tâm H là nghiệm :

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-4y=0\\x+y-1=0\\4x-3y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-4(1-x)=0\\y=1-x\\4x-3y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{4}{7}\\y=\frac{3}{7}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{4}{7};\frac{3}{7}\right)$$

- Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác (C): $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

- (C) qua O(0;0) suy ra c=0 (1)

- (C) qua A(1;1) suy ra : 2-2a-2b=0 , hay : a+b=1 (2)

- (C) qua B(4;-3) suy ra : 25-8a+6b=0 , hay : 8a-6b=25 (3)

- Từ (2) và (3) ta có hệ : $\begin{cases}a+b=1\\8a-6b=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-a\\8a-6(1-a)=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-\frac{31}{14}\\a=\frac{31}{14}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-\frac{17}{14}\\a=\frac{31}{14}\end{cases}$

- Vậy (C) : $x^2+y^2-\frac{31}{7}x+\frac{17}{4}y=0$

Bài 30 Trong mặt phẳng Oxy cho điểm M(2;-1) và đường tròn $(C_1):x^2+y^2=9$ (1) .Hãy viết phương trình đường tròn (C_2): có bán kính bằng 4 và cắt đường tròn (C_1) theo dây cung qua M có độ dài nhỏ nhất .

Hướng dẫn: Gọi (C_2): có tâm I'(a;b) suy ra :

$(C_2):(x-a)^2+(y-b)^2=16\quad\Leftrightarrow x^2+y^2-2ax-2by+a^2+b^2-16=0\,(1)$

Lấy (1) -(2) ta được : $2ax+2by-\left(a^2+b^2\right)+7=0$ (chính là đường thẳng trục đẳng phương)

Dây cung của hai đường tròn nằm trên đường thẳng này .

Ví dây cung qua M(2;-1) lên ta có : $4a-2b-\left(a^2+b^2\right)+7=0 \Leftrightarrow (a-2)^2+(b+1)^2=12$

Bài 31 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho hai đường thẳng $\Delta: x+3y+8=0$, $\Delta': 3x-4y+10=0$ và điểm *A*(-2 ; 1). Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm *A* và tiếp xúc với đường thẳng Δ'.

Hướng dẫn: Tâm I của đường tròn thuộc Δ nên I(-3t – 8; t)

Theo yc thì k/c từ I đến Δ' bằng k/c IA nên ta có $\dfrac{|3(-3t-8)-4t+10|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\sqrt{(-3t-8+2)^2+(t-1)^2}$

Giải tiếp được t = -3

Khi đó I(1; -3), R = 5 và pt cần tìm: $(x-1)^2+(y+3)^2=25$.

Bài 32 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho đường tròn hai đường tròn :

$(C): x^2+y^2-2x-2y+1=0,\ (C'): x^2+y^2+4x-5=0$ cùng đi qua *M*(1; 0).

Viết phương trình đường thẳng qua *M* cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại *A*, *B* sao cho *MA= 2MB*.

Hướng dẫn: + Gọi tâm và bán kính của (*C*), (*C'*) lần lượt là *I*(1; 1) , *I'*(-2; 0) và $R=1, R'=3$, đường thẳng (*d*) qua *M* có phương trình $a(x-1)+b(y-0)=0 \Leftrightarrow ax+by-a=0, (a^2+b^2\neq 0)(*)$.

+ Gọi *H, H'* lần lượt là trung điểm của *AM, BM.*

Khi đó ta có: $MA=2MB \Leftrightarrow \sqrt{IA^2-IH^2}=2\sqrt{I'A^2-I'H'^2} \Leftrightarrow 1-\left(d(I;d)\right)^2=4[9-\left(d(I';d)\right)^2]$,

$IA>IH$.

$\Leftrightarrow 4\left(d(I';d)\right)^2-\left(d(I;d)\right)^2=35 \Leftrightarrow 4.\dfrac{9a^2}{a^2+b^2}-\dfrac{b^2}{a^2+b^2}=35 \Leftrightarrow \dfrac{36a^2-b^2}{a^2+b^2}=35 \Leftrightarrow a^2=36b^2$

Dễ thấy $b\neq 0$ nên chọn $b=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=-6 \\ a=6 \end{array}\right.$.

Kiểm tra điều kiện $IA>IH$ rồi thay vào (*) ta có hai đường thẳng thoả m ãn.

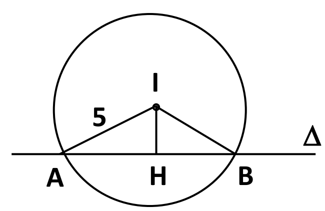
Bài 33 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x-2my+m^2-24=0$ có tâm I và đường thẳng Δ: mx + 4y = 0. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.

Hướng dẫn:

Đường tròn (C) có tâm I(1; m), bán kính R = 5.

Gọi H là trung điểm của dây cung AB.

Ta có IH là đường cao của tam giác IAB.



IH = $d(I,\Delta)=\dfrac{|m+4m|}{\sqrt{m^2+16}}=\dfrac{|5m|}{\sqrt{m^2+16}}$

$AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{25-\dfrac{(5m)^2}{m^2+16}}=\dfrac{20}{\sqrt{m^2+16}}$

Diện tích tam giác IAB là $S_{\Delta IAB}=12 \Leftrightarrow 2S_{\Delta IAH}=12$

$\Leftrightarrow d(I,\Delta).AH=12 \Leftrightarrow 25|m|=3(m^2+16) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\pm 3 \\ m=\pm\dfrac{16}{3} \end{array}\right.$

Bài 34. Cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+2=0$.

Viết phương trình đường tròn (C') tâm M(5, 1) biết (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn:

Phương trình đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+2=0$ có tâm I(1, –2) $R=\sqrt{3}$

Đường tròn (C') tâm M cắt đường tròn (C) tại A, B nên AB ⊥ IM tại trung điểm H của đoạn AB.

Ta có $AH=BH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Có 2 vị trí cho AB đối xứng qua tâm I.

Gọi A'B' là vị trí thứ 2 của AB, Gọi H' là trung điểm của A'B'

Ta có: $IH' = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{3 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3}{2}$, $MI = \sqrt{(5-1)^2 + (1+2)^2} = 5$

Vậy có 2 đường tròn (C') thỏa ycbt là: $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 13$ hay $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 43$

Bài 35 Trong (Oxy) cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$ và $(P): y^2 = x$. Tìm trên (P) các điểm M mà từ đó kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) và 2 tiếp tuyến đó tạo với nhau một góc 60^0

Hướng dẫn: Gọi $M(x_0;y_0) \in (P) \Rightarrow y_0^2 = x_0$. d là đường thẳng tiếp tuyến của (P) tại M thì d có phương trình : $y_0 y = \frac{1}{2}(x + x_0) \Leftrightarrow x - 2y_0 y + x_0 = 0$. Để d là tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) thì điều kiện cần và đủ là :

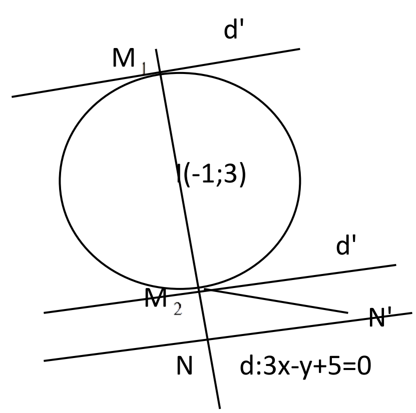
Bài 36 Trong (Oxy) cho đ. thẳng d: 3x-y+5=0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$. Tìm điểm M thuộc (C) và điểm N thuộc d sao cho MN có độ dài nhỏ nhất ?

Hướng dẫn: (C) $:(x+1)^2 + (y-3)^2 = 1 \Rightarrow I(-1;3), R = 1$

- Gọi d' //d thì d': 3x-y+m=0 . d' tiếp xúc với (C) tại M (M là điểm cách d nhỏ nhất) , khi đó :

$$h(I;d') = R \Leftrightarrow \frac{|-3-3+m|}{\sqrt{10}} = 1 \Leftrightarrow |m-6| = \sqrt{10} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6+\sqrt{10} \to d': 3x - y + 6 + \sqrt{10} = 0 \\ m = 6-\sqrt{10} \to d': 3x - y + 6 - \sqrt{10} = 0 \end{array}\right.$$

Giả sử N' thuộc d ta luôn có : $M_2N' \ge M_2N$. Dấu bằng chỉ xảy ra khi N' trùng với N . Vậy ta chỉ cần lập đường thẳng Δ qua I(-1;3) và vuông góc với d suy ra đường thẳng



$\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 - t \end{cases}$. Khi đó Δ cắt d' tại 2 điểm :

$3(-1+3t) - (3-t) + 6 + \sqrt{10} = 0 \to t = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

Và $3(-1+3t) - (3-t) + 6 - \sqrt{10} = 0 \to t = -\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Do vậy ta tìm được 2 điểm M : $M_1\left(\frac{3}{\sqrt{10}} - 1; 3 - \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$, và

$M_2\left(-1 - \frac{3}{\sqrt{10}}; 3 + \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$. Tương tự Δ cắt d tại N có tọa độ là nghiệm :

$\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 3 - t \\ 3x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{1}{10} \Leftrightarrow N\left(-\frac{7}{10}; \frac{29}{10}\right)$. Ta chọn M bằng cách tính M_1N, M_2N , sau đó so sánh : Nếu $M_1N > M_2N$ thì M là M_2. Còn $M_1N < M_2N$ thì M là M_1.

Bài 37 Trong (Oxy) cho $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 1$ và điểm $M\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$. Tìm trên (C) điểm N sao cho MN có độ dài lớn nhất ?

Hướng dẫn: (C) viết dưới dạng tham số : $\begin{cases} x = -1 + \sin t \\ y = 3 + cost \end{cases} \Rightarrow N \in (C) \Rightarrow N(-1 + \sin t; 3 + cost)$

Khi đó : $MN = \sqrt{\left(-\frac{6}{5} + \sin t\right)^2 + \left(-\frac{8}{5} + cost\right)^2} = \sqrt{\sin^2 t + cos^2 t - \frac{12}{5}\sin t - \frac{16}{5}\text{cost} + 4}$

$= \sqrt{-\frac{12}{5}\sin t - \frac{16}{5}\cos t + 5} = \sqrt{5 - 4\left(\frac{12}{20}\sin t + \frac{16}{20}\cos t\right)}(*)$. Vì : $\left(\frac{12}{20}\right)^2 + \left(\frac{16}{20}\right)^2 = 1$,

$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}; \sin\varphi = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ thì (*) trở thành : $\sqrt{5 - 4\sin(t+\varphi)} \le \sqrt{5-4} = 1$

Dấu đẳng thức xảy ra khi : $\sin(t+\varphi) = 1 \Leftrightarrow t = -\varphi + \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Do vậy : $\sin t = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\varphi = \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = -1 + \sin t = -1 + \frac{3}{5} = -\frac{2}{5}$

Tương tự : $\cos t = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin\varphi = \frac{4}{5} \Rightarrow y = 3 + \cos t = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5} \Rightarrow N\left(-\frac{2}{5}; \frac{19}{5}\right)$

Bài 38 Trong (Oxy) cho hai điểm $A\left(2\sqrt{3};2\right), B\left(2\sqrt{3};-2\right)$

a/ Chứng tỏ tam giác OAB là tam giác đều

b/ Chứng minh rằng tập hợp các điểm M sao cho : $MO^2 + MA^2 + MB^2 = 32$ là một đường tròn (C).

c/ Chứng tỏ (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Hướng dẫn: a/ Ta có : $OA = \sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2^2} = 4, OB = 4, AB = 4$. Chứng tỏ OAB là tam giác đều .

b/ Gọi M(x;y) thì đẳng thức giả thiết cho tương đương với biểu thức :

Ta có : $MO^2 = x^2 + y^2, MA^2 = x^2 + y^2 - 4\sqrt{3}x - 4y + 16, MB^2 = x^2 + y^2 - 4\sqrt{3}x + 4y + 16$

$\Rightarrow MO^2 + MA^2 + MB^2 = 32 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 8\sqrt{3}x + 32 = 32 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{8\sqrt{3}}{3}x = 0$

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2$. Chứng tỏ là đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{4\sqrt{3}}{3};0\right), R = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

c/ Thay tọa độ O,A,B vào (1) ta thấy thỏa mãn , chứng tỏ (C) là đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Bài 39 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn $(\boldsymbol{C}): \boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{y}^2 = 1$, đường thẳng $(\boldsymbol{d}): \boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} + \boldsymbol{m} = 0$.
Tìm m để (C) cắt (d) tại A và B sao cho diện tích tam giác ABO lớn nhất.

Hướng dẫn: *(C) có tâm O(0;0) , bán kính R=1 *(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \boldsymbol{d(O;d)} < 1$

*Ta có $\boldsymbol{S_{OAB}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{OA.OB}.\sin \boldsymbol{AOB} = \frac{1}{2}.\sin \boldsymbol{AOB} \le \frac{1}{2}$ Từ đó diện tích tam giác AOB lớn nhất khi và chỉ

khi $\boldsymbol{AOB} = 90^0$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{d(I;d)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow \boldsymbol{m} = \pm 1$

Bài 40 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$.
Tia Oy cắt (C) tại A. Lập phương trình đường tròn (C'), bán kính R' = 2 và tiếp xúc ngoài với (C) tại A.

Hướng dẫn: A(0;2), I(-2$\sqrt{3}$;0), R= 4, gọi (C') có tâm I' Pt đường thẳng IA : $\begin{cases} x = 2\sqrt{3}t \\ y = 2t + 2 \end{cases}$, $I' \in IA$ => I'(

$2\sqrt{3}t; 2t+2$), $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{I'A} \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$ => $I'(\sqrt{3};3)$ (C'): $\left(x - \sqrt{3}\right)^2 + \left(y - 3\right)^2 = 4$

Bài 41 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M (2;4)

a) Viết phương trình đường thẳng đi qua M cắt đường tròn tại 2 điểm A và B, sao cho M là trung điểm của AB.

b) Viết phương trình các tiếp tuyến của đường tròn, biết tiếp tuyến có hệ số góc k = -1.

Hướng dẫn: **a.** (C) : I(1; 3), R= 2, A, B $\in (C)$, M là trung điểm AB => $IM \perp AB$ => Đường thẳng d cần tìm là đg thẳng AB; d đi qua M có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IM}$ => d: x + y - 6 =0

b. Đg thẳng tiếp tuyến có dạng : y = - x + m ⇔ x + y – m =0 (d')d' tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I;d') = R = 2$

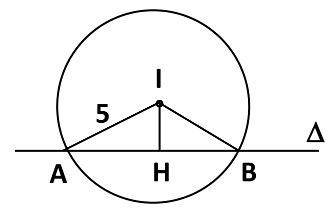
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4+2\sqrt{2} \\ m = 4-2\sqrt{2} \end{array}\right.$ Pt tiếp tuyến : $\left[\begin{array}{l} x+y-(4+2\sqrt{2})=0 \\ x+y-(4-2\sqrt{2})=0 \end{array}\right.$

<u>Bài 42</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I và đường thẳng Δ: mx + 4y = 0. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.

<u>Hướng dẫn:</u> Đường tròn (C) có tâm I(1; m), bán kính R = 5.

Gọi H là trung điểm của dây cung AB.

Ta có IH là đường cao của tam giác IAB.



IH = $d(I,\Delta) = \dfrac{|m+4m|}{\sqrt{m^2+16}} = \dfrac{|5m|}{\sqrt{m^2+16}}$

$AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{25 - \dfrac{(5m)^2}{m^2+16}} = \dfrac{20}{\sqrt{m^2+16}}$

Diện tích tam giác IAB là $S_{\Delta IAB} = 12 \Leftrightarrow 2S_{\Delta IAH} = 12$

$\Leftrightarrow d(I,\Delta).AH = 12 \Leftrightarrow 25|m| = 3(m^2+16) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \pm 3 \\ m = \pm\dfrac{16}{3} \end{array}\right.$

<u>Bài 43</u> Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A(2; 5), B(4;1) và tiếp xúc với đường thẳng có phương trình 3x – y + 9 = 0.

<u>Hướng dẫn:</u> Gọi $I(a;b)$ là tâm đường tròn ta có hệ

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = d(I;\Delta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-a)^2+(5-b)^2 = (4-a)^2+(1-b)^2 & (1) \\ (2-a)^2+(5-b)^2 = \dfrac{(3a-b+9)^2}{10} & (2) \end{cases}$$

$(1) \Leftrightarrow a = 2b-3$ thế vào (2) ta có $b^2 - 12b + 20 = 0 \Leftrightarrow b = 2 \vee b = 10$

*) với $b=2 \Rightarrow a=1; R=\sqrt{10} \Rightarrow (C): (x-1)^2+(y-2)^2 = 10$

*)với $b=10 \Rightarrow a=17; R=\sqrt{250} \Rightarrow (C): (x-17)^2+(y-10)^2 = 250$

<u>Bài 44</u> Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm M(5, 1) biết (C') cắt (C) tại các điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

<u>Hướng dẫn:</u> Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ có tâm I(1, –2) $R = \sqrt{3}$

Đường tròn (C') tâm M cắt đường tròn (C) tại A, B nên AB ⊥ IM tại trung điểm H của đoạn AB.

Ta có $AH = BH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ Có 2 vị trí cho AB đối xứng qua tâm I. Gọi A'B' là vị trí thứ 2 của AB ;

Gọi H' là trung điểm của A'B' ; Ta có: $IH' = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{3 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{3}{2}$

Ta có: $MI = \sqrt{(5-1)^2 + (1+2)^2} = 5$ và $MH = MI - HI = 5 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{7}{2}$; $MH' = MI + H'I = 5 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{13}{2}$

Ta có: $R_1^2 = MA^2 = AH^2 + MH^2 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{49}{4} = \dfrac{52}{4} = 13$

$R_2^2 = MA'^2 = A'H'^2 + MH'^2 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{169}{4} = \dfrac{172}{4} = 43$

Vậy có 2 đường tròn (C') thỏa ycbt là: $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 13$

hay $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 43$

Bà i 45 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) có ph- ơng trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đ- ờng thẳng d: x + y + m = 0. Tìm m để trên đ- ờng thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ đ- ợc hai tiếp tuyến AB, AC tới đ- ờng tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

Hướng dẫn: Từ ph- ơng trình chính tắc của đ- ờng tròn ta có tâm I(1;-2), R = 3, từ A kẻ đ- ợc 2 tiếp tuyến AB, AC tới đ- ờng tròn và $AB \perp AC$ => tứ giác ABIC là hình vuông cạnh bằng $3 \Rightarrow IA = 3\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |m-1| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=7 \end{array}\right.$$

Bài 46 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai đường thẳng (d_1) : 4x - 3y - 12 = 0 và (d_2): 4x + 3y - 12 = 0. Tìm toạ độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên (d_1), (d_2), trục Oy.

Hướng dẫn: Gọi A là giao điểm d_1 và d_2 ta có A(3 ;0) ;Gọi B là giao điểm d_1 với trục Oy ta có B(0 ; - 4) Gọi C là giao điểm d_2 với Oy ta có C(0 ;4) ; Gọi BI là đường phân giác trong góc B với I thuộc OA khi đó ta có I(4/3 ; 0), R = 4/3

Bài 47 Cho điểm A(-1 ;0), B(1 ;2) và đường thẳng (d): x - y - 1 = 0. Lập phương trình đường tròn đi qua 2 điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng (d).

Hướng dẫn: Giả sử phương trình cần tìm là $(x-a)^2 + (x-b)^2 = R^2$

Vì đường tròn đi qua A, B và tiếp xúc với d nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (1+a)^2 + b^2 = R^2 \\ (1-a)^2 + (2-y)^2 = R^2 \\ (a-b-1)^2 = 2R^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ R^2=2 \end{cases}$$ Vậy đường tròn cần tìm là: $x^2 + (y - 1)^2 = 2$

Bài 48 Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn :

(C_1) : $(x - 5)^2 + (y + 12)^2 = 225$ và (C_2) : $(x – 1)^2 + (y – 2)^2 = 25$

Hướng dẫn: Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(5 ; -12)$ bán kính $R_1 = 15$, Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(1 ; 2)$ bán kính $R_1 = 5$. Nếu đường thẳng Ax + By + C = 0 ($A^2 + B^2 \neq 0$) là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) thì khoảng cách từ I_1 và I_2 đến đường thẳng đó lần lượt bằng R_1 và R_2 , tức là :

$$\begin{cases} \dfrac{|5A-12B+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = 15 \quad (1) \\ \dfrac{|A+2B+C|}{\sqrt{A^2+B^2}} = 5 \quad (2) \end{cases}$$ Từ (1) và (2) ta suy ra : | 5A – 12B + C | = 3| A + 2B + C |

Hay 5A – 12B + C = $\pm$3(A + 2B + C)

TH1 : 5A – 12B + C = 3(A + 2B + C) $\Rightarrow$C = A – 9B thay vào (2) :

$$|2A - 7B| = 5\sqrt{A^2+B^2} \Rightarrow 21A^2 + 28AB - 24B^2 = 0 \Rightarrow A = \frac{-14 \pm 10\sqrt{7}}{21}B$$

Nếu ta chọn B= 21 thì sẽ được A = - 14 $\pm 10\sqrt{7}$, C = $-203 \pm 10\sqrt{7}$

Vậy có hai tiếp tuyến :(- 14 $\pm 10\sqrt{7}$)x + 21y $-203 \pm 10\sqrt{7}$ = 0

TH2 : 5A – 12B + C = -3(A + 2B + C) $\Rightarrow C = \dfrac{-4A+3B}{2}$, thay vào (2) ta được : $96A^2 + 28AB + 51B^2 = 0$.

Phương trình này vô nghiệm . (xong đề 420)

Bài 49 Trong hệ toạ độ Oxy cho hai đường thẳng $d: x+2y-3=0$ và $\Delta: x+3y-5=0$. Lập phương trình đường tròn có bán kính bằng $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$, có tâm thuộc d và tiếp xúc với Δ.

Hướng dẫn: Tâm đường tròn thuộc d nên có dạng $I(-2a+3;a)$ Đường tròn tiếp xúc với Δ nên

$$d(I,\Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|a-2|}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \Leftrightarrow a=6; a=-2$$

Với $a=6$ ta có $I(-9;6)$ suy ra phương trình đường tròn: $(x+9)^2 + (y-6)^2 = \dfrac{8}{5}$

với $a=-2$ ta có $I(7;-2)$,suy ra phương trình đường tròn: $(x-7)^2+(y+2)^2=\frac{8}{5}$

Vậy có hai đường tròn thoả mãn là: $(x+9)^2+(y-6)^2=\frac{8}{5}$ và $(x-7)^2+(y+2)^2=\frac{8}{5}$.

Bài 50 Trong hệ toạ độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x-y-2=0$ và đường tròn $C:(x-1)^2+(y-1)^2=10$. Lập phương trình các tiếp tuyến của đường tròn (C) biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng d một góc 45^0.

Hướng dẫn: Đường tròn có tâm $I(1;1)$ bán kính $R=\sqrt{10}$

Gọi $\vec{n}(a,b)$ là vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến $(a^2+b^2\neq 0)$,

vì đường thẳng tạo với đường thẳng d một góc bằng 45^0 nên $\frac{|2a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3b \\ b=-3a \end{array}\right.$

Với $a=3b$, phương trình tiếp tuyến có dạng $3x+y+c=0(\Delta)$

$$d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|4+c|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=6 \\ c=-14 \end{array}\right.$$

Với $b=-3a$, phương trình tiếp tuyến có dạng $x-3y+c=0(\Delta)$

$$d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|-2+c|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-8 \\ c=12 \end{array}\right.$$

Vậy có bốn tiếp tuyến cần tìm là: $3x+y+6=0$; $3x+y-14=0$; $x-3y-8=0$; $x-3y+12=0$.

Bài 51 Trong mp với hệ trục toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng(d): $3x + y - 3 = 0$. Lập phương trình tiếp tuyến với đường tròn(C),biết tếp tuyến không đi qua gốc toạ độ O và hợp với đường thẳng (d) một góc 45^0

Hướng dẫn: C) có tâm I(3;1), R = $\sqrt{5}$; Tiếp tuyến *(Δ): ax + by + c = 0* $\begin{cases} d(I,d)=\sqrt{5} \\ \cos(d,\Delta)=\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

==> Δ_1: $2x - y - 10 = 0$; Δ_2: $x + 2y - 10 = 0$

Bài 52 Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua M(0;2) và cắt (C) theo một dây cung có độ dài *l = 4*.

Hướng dẫn: d_1: $2x + y - 2 = 0$; d_2: $x - 2y + 4 = 0$

Bài 53 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy, xét tam giác ABC vuông tại A, phương trình đường thẳng BC là $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh A và B thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

Hướng dẫn: I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC ==> $y_I = \pm 2$

BI: y = $\tan 30^0(x-1)$ ==> y = $\frac{1}{\sqrt{3}}x-\frac{1}{\sqrt{3}}$ ==> $x_1=1\pm 2\sqrt{3}$.

TH1: Nếu A và O khác phía đối với B $\Rightarrow x_1=1+2\sqrt{3}$. ==> A($3+2\sqrt{3}$;0)

$$\text{==> } G_1\left(\frac{7+4\sqrt{3}}{3};\frac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$$

TH2:Nếu A và O cùng phía đối với B $\Rightarrow x_1=1-2\sqrt{3}$.==> A($-1-2\sqrt{3}$

$$\text{==> } G_2\left(\frac{-4\sqrt{3}-1}{3};\frac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$$

Bài 54 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;6)$, phương trình các đường thẳng chứa đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh C lần lượt là $2x-y+13=0$ và $6x-13y+29=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Hướng dẫn:

- Gọi đ- ờng cao và trung tuyến kẻ từ C là CH và CM. Khi đó

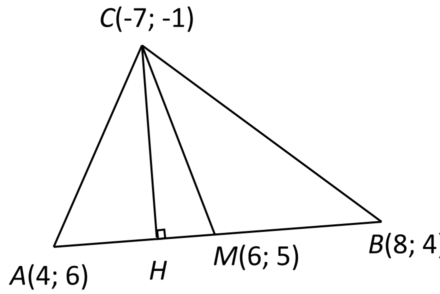
CH có ph- ơng trình $2x - y + 13 = 0$,

CM có ph- ơng trình $6x - 13y + 29 = 0$.

- Từ hệ $\begin{cases} 2x - y + 13 = 0 \\ 6x - 13y + 29 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(-7;\, -1)$.

$AB \perp CH \Rightarrow \vec{n}_{AB} = \vec{u}_{CH} = (1,\ 2)$.

- Từ hệ $\begin{cases} x + 2y - 16 = 0 \\ 6x - 13y + 29 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(6;\,5)$; $\Rightarrow B(8;\,4)$.



Giả sử ph- ơng trình đ- ờng tròn ngoại tiếp $\Delta ABC: x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$.

Vì A, B, C thuộc đ- ờng tròn nên

$$\begin{cases} 52 + 4m + 6n + p = 0 \\ 80 + 8m + 4n + p = 0 \\ 50 - 7m - n + p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = 6 \\ p = -72 \end{cases}.$$

Suy ra pt đ- ờng tròn: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 72 = 0$ hay $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 85$.

<u>Bài 55</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$ và đường thẳng (Δ) có phương trình : $2x - 3y - 1 = 0$. Chứng minh rằng (Δ) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm toạ độ điểm M trên đường tròn (C) sao cho diện tích tam giác ABM lớn nhất.

<u>Hướng dẫn:</u> Đường tròn (C) có tâm I(-1; 2), bán kính R = $\sqrt{13}$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng (Δ) là $d_{(I,\Delta)} = \dfrac{9}{\sqrt{13}} < R$; Vậy đường thẳng (Δ) cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt. Gọi M là điểm nằm trên (C), ta có $S_{\Delta ABM} = \dfrac{1}{2} AB.d_{(M,\Delta)}$

Trong đó AB không đổi nên $S_{\Delta ABM}$ lớn nhất khi $d_{(M,\Delta)}$ lớn nhất.

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (Δ).PT đường thẳng d là 3x + 2y - 1 = 0

Gọi P, Q là giao điểm của đường thẳng d vời đường tròn (C). Toạ độ P, Q là nghiệm của hệ phương trình:

$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0 \\ 3x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1, y = -1 \\ x = -3, y = 5 \end{array} \right. \Rightarrow$ P(1; -1); Q(-3; 5) ; Ta có $d_{(P,\Delta)} = \dfrac{4}{\sqrt{13}}$; $d_{(Q,\Delta)} = \dfrac{22}{\sqrt{13}}$

Ta thấy $d_{(M,\Delta)}$ lớn nhất khi và chỉ khi M trùng với Q. Vậy tọa độ điểm M (-3; 5).

<u>Bài 56</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm M (5, 1) biết (C') cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB = \sqrt{3}$.

<u>Hướng dẫn:</u> Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$ có tâm I(1, –2), bk $R = \sqrt{3}$

Đường tròn (C') tâm M cắt đường tròn (C) tại A, B nên AB ⊥ IM tại trung điểm H của đoạn AB.

Ta có $AH = BH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Gọi Trường hợp 1:

Có 2 vị trí cho AB đối xứng qua tâm I. Gọi A'B' là vị trí thứ 2 của AB

Gọi H' là trung điểm của A'B' ; Ta có: $IH' = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{3 - \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \dfrac{3}{2}$

Ta có: $MI=\sqrt{(5-1)^2+(1+2)^2}=5$ và $MH=MI-HI=5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$; $MH'=MI+H'I=5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$

Ta có: $R_1^2=MA^2=AH^2+MH^2=\frac{3}{4}+\frac{49}{4}=\frac{52}{4}=13$

$R_2^2=MA'^2=A'H'^2+MH'^2=\frac{3}{4}+\frac{169}{4}=\frac{172}{4}=43$

Vậy có 2 đường tròn (C') thỏa ycbt là: $(x-5)^2+(y-1)^2=13$ hay $(x-5)^2+(y-1)^2=43$

Bài 57 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp $I(4;0)$, đường cao và đường trung tuyến kẻ từ A có phương trình lần lượt là $x+y-2=0$ và $x+2y-3=0$. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

Hướng dẫn: Tọa độ *A* là nghiệm của hệ $\begin{cases}x+y-2=0\\x+2y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}\Rightarrow A(1;1)$.

Gọi *M* là trung điểm của *BC*.

Do *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow IM\perp BC\Rightarrow IM//AH\Rightarrow \overrightarrow{n_{IM}}=\overrightarrow{n_{AH}}=(1;1)$

Pt đường thẳng *IM* là $1(x-4)+1(y-0)=0\Leftrightarrow x+y-4=0$.

Do *M* là trung điểm của *BC* nên *M* thuộc trung tuyến kẻ từ *A* $\Rightarrow$

Tọa độ *M* là nghiệm của hệ $\begin{cases}x+y-4=0\\x+2y-3=0\end{cases}\Rightarrow M(5;-1)$.

$BC\perp AH\Rightarrow\overrightarrow{n_{BC}}=\overrightarrow{u_{AH}}=(1;1)$.

Pt *BC* là $1(x-5)-1(y+1)=0\Leftrightarrow x-y-6=0$. Ta có $IA=\sqrt{(1-4)^2+1^2}=\sqrt{10}$

Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC* là $(x-4)^2+y^2=10$.

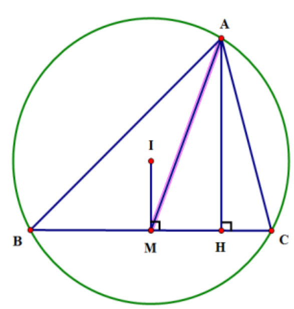
Tọa độ *BC* là nghiệm của hệ $\begin{cases}(x-4)^2+y^2=10\\x-y-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=7\\y=1\end{cases}$.

Vậy $B(3;-3)$ thì $C(7;1)$, hoặc $B(7;1)$ thì $C(3;-3)$

Bài 58 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) có ph- ơng trình $x^2+y^2-2x+4y-20=0$. Từ điểm M (2; 4) kẻ các tiếp tuyến đến đ- ờng tròn (C), gọi các tiếp điểm là T_1và T_2. Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng T_1T_2.

Hướng dẫn: Đ- ờng tròn có tâm I(1; -2), bán kính R = 5. Có $IM^2=(2-1)^2+(4+2)^2=37\Rightarrow IM>5$=R Giả sử T(x; y) là một tiếp điểm , có $\overrightarrow{MT}=(x-2;y-4)$, $\overrightarrow{IT}=(x-1;y+2)$ có

$\overrightarrow{MT}.\overrightarrow{IT}=0\Leftrightarrow x^2+y^2-3x-2y-6=0$ (1)



T$\in$(C) nên $x^2+y^2-2x+4y-20=0$ (2)

(1) — (2) $\Rightarrow x+6y-14=0$ =>T thuộc đ- ờng thẳng d có ph- ơng trình x ủa T_1 và T_2 nh- nhau nên d là đ- ờng thẳng đi qua T_1T_2.

Bài 59 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) tâm I có ph- ơng trình 0. Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng đi qua điểm M(8; 0), cắt đ- ờng tròn (C) tại hai điểm có diện tích lớn nhất.

Hướng dẫn: Đ- ờng tròn có tâm I(1; -2), bán kính R = 5.

$S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin\hat{I}=\frac{1}{2}R^2.\sin\hat{I}$ suy ra $\triangle IAB$ có diện tích lớn nhất khi $\sin\hat{I}=1\Leftrightarrow\hat{I}=90^0$, $\triangle IAB$ vuông cân,

suy ra $d(I,AB)=d(I,\Delta)=\frac{R}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}$ Đ- ờng thẳng Δ qua A(8; 0) có ph- ơng trình : a(x — 8) +by = 0,

$a^2+b^2\neq 0$ $d(I;\Delta)=\frac{5}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\frac{|7a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\ ...\Leftrightarrow 73a^2-56ab-17b^2=0\Leftrightarrow$ a=b hoặc 73a = -17b

+) nếu a = b chọn a = b = 1, đ- ờng thẳng Δ có pt: x + y - 8 =0
+) nếu 73a = -17b chọn a = 17, b = -73, đ- ờng thẳng Δ có pt: 17x -73y — 136 = 0

<u>Bài 60</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2+2x-4y-8=0$ và đường thẳng (Δ) có phương trình : $2x-3y-1=0$. Chứng minh rằng (Δ) luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm toạ độ điểm M trên đường tròn (C) sao cho diện tích tam giác ABM lớn nhất.

<u>Hướng dẫn:</u> Đường tròn (C) có tâm I(-1; 2), bán kính R = $\sqrt{13}$.

Khoảng cách từ I đến đường thẳng (Δ) là $d_{(I,\Delta)}=\frac{9}{\sqrt{13}}$ < R ;Vậy đường thẳng (Δ) cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt.Gọi M là điểm nằm trên (C), ta có $S_{\Delta ABM}=\frac{1}{2}AB.d_{(M,\Delta)}$ Trong đó AB không đổi nên $S_{\Delta ABM}$ lớn nhất khi $d_{(M,\Delta)}$ lớn nhất.Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với (Δ).PT đường thẳng d là 3x + 2y - 1 = 0

Gọi P, Q là giao điểm của đường thẳng d vời đường tròn (C). Toạ độ P, Q là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}x^2+y^2+2x-4y-8=0\\3x+2y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1,y=-1\\x=-3,y=5\end{array}\right.\Rightarrow \text{P(1; -1); Q(-3; 5)}$$

Ta có $d_{(P,\Delta)}=\frac{4}{\sqrt{13}}$; $d_{(Q,\Delta)}=\frac{22}{\sqrt{13}}$ Ta thấy $d_{(M,\Delta)}$ lớn nhất khi và chỉ khi M trùng với Q.

Vậy tọa độ điểm M (-3; 5).
hay Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với AM. ; PT đường thẳng Δ: x + y - 2 = 0

<u>Bài 61</u> Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+2=0$. Viết phương trình đường tròn (C') tâm M (5, 1) biết (C') cắt (C) tại hai điểm A, B sao cho $AB=\sqrt{3}$.

<u>Hướng dẫn:</u> Phương trình đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+2=0$ có tâm I(1, –2), bk $R=\sqrt{3}$

Đường tròn (C') tâm M cắt đường tròn (C) tại A, B nên AB ⊥ IM tại trung điểm H của đoạn AB.

Ta có $AH=BH=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$; Gọi

Trường hợp 1: Có 2 vị trí cho AB đối xứng qua tâm I.
Gọi A'B' là vị trí thứ 2 của AB ; Gọi H' là trung điểm của A'B'

Ta có: $IH'=IH=\sqrt{IA^2-AH^2}=\sqrt{3-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}$

Ta có: $MI=\sqrt{(5-1)^2+(1+2)^2}=5$ và $MH=MI-HI=5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$; $MH'=MI+H'I=5+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$

Ta có: $R_1^2=MA^2=AH^2+MH^2=\frac{3}{4}+\frac{49}{4}=\frac{52}{4}=13$

$R_2^2=MA'^2=A'H'^2+MH'^2=\frac{3}{4}+\frac{169}{4}=\frac{172}{4}=43$

Vậy có 2 đường tròn (C') thỏa ycbt là: $(x-5)^2+(y-1)^2=13$ hay $(x-5)^2+(y-1)^2=43$

Bài 62 Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho điểm $A(2;1)$ và đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-2)^2=5$. Viết phương trình đường thẳng d qua A cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt B, C sao cho đoạn thẳng BC ngắn nhất.

Hướng dẫn: Kiểm tra điểm A ta thấy A nằm trong đường tròn (C).

Khi đó $P_{A/(C)}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-AB.AC=IA^2-R^2=-3$. Suy ra AB.AC=3.

Theo BĐT AM-GM ta có $BC=AB+AC\geq 2\sqrt{AB.AC}=2\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra khi A là trung điểm của BC. Đường thẳng d là qua A(2;1) nhận $\overrightarrow{IA}=(1;-1)$ là vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình đường thẳng d là x-y-1=0.

Bài 63 Cho Δ ABC có diện tích bằng 3/2; A(2;–3), B(3;–2), trọng tâm G ∈ (d) 3x –y –8 =0. tìm bán kinh đường tròn nội tiếp Δ ABC.

Hướng dẫn: Cho Δ ABC có diện tích bằng 3/2; A(2;–3), B(3;–2), trọng tâm G ∈ (d) 3x –y –8 =0. tìm bán kinh đường tròn nội tiếp Δ ABC.

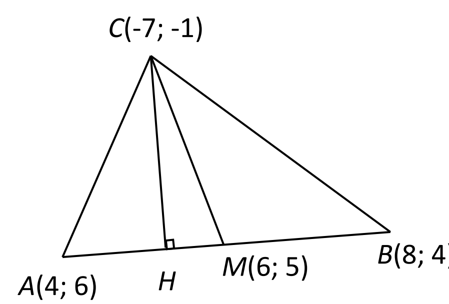
C(a; b) , (AB): x –y –5 =0 ⇒ d(C; AB) = $\dfrac{|a-b-5|}{\sqrt{2}}=\dfrac{2S_{\Delta ABC}}{AB}\Rightarrow |a-b-5|=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a-b=8(1)\\ a-b=2(2)\end{array}\right.$

Trọng tâm G $\left(\dfrac{a+5}{3};\dfrac{b-5}{3}\right)$ ∈ (d) ⇒ 3a –b =4 (3); (1), (3) ⇒ C(–2; 10) ⇒ r = $\dfrac{S}{p}=\dfrac{3}{\sqrt{2}+\sqrt{65}+\sqrt{89}}$

(2), (3) ⇒ C(1; –1) ⇒ $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{3}{\sqrt{2}+2\sqrt{5}}$

Bài 64 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC c $A(4;6)$, phương trình các đường thẳng chứa đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh C lần lượt là $2x-y+13=0$ và $6x-13y+29=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Hướng dẫn:



- Gọi đ- ờng cao và trung tuyến kẻ từ C là CH và CM. Khi đó

CH có ph- ơng trình $2x-y+13=0$,

CM có ph- ơng trình $6x-13y+29=0$.- Từ hệ

$$\begin{cases}2x-y+13=0\\ 6x-13y+29=0\end{cases}\Rightarrow C(-7;\,-1).$$

- $AB\perp CH\Rightarrow \vec{n}_{AB}=\vec{u}_{CH}=(1,\,2)$

$\Rightarrow pt\ AB: x+2y-16=0$.

- Từ hệ $\begin{cases}x+2y-16=0\\ 6x-13y+29=0\end{cases}\Rightarrow M(6;\,5)\qquad \Rightarrow B(8;\,4).$

- Giả sử ph- ơng trình đ- ờng tròn ngoại tiếp $\Delta ABC: x^2+y^2+mx+ny+p=0$.

Vì A, B, C thuộc đ- ờng tròn nên $\begin{cases}52+4m+6n+p=0\\ 80+8m+4n+p=0\\ 50-7m-n+p=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-4\\ n=6\\ p=-72\end{cases}$.

Suy ra pt đ- ờng tròn: $x^2+y^2-4x+6y-72=0$ hay $(x-2)^2+(y+3)^2=85$.

Bài 65 Trong mặt phẳng với hệ tọa độOxy, cho hai điểm A(1 ; 2), B(1 ; 6) và đường tròn (C): $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$. Lập phương trình đường tròn (C') qua B và tiếp xúc với (C) tại A.

Hướng dẫn: (C) có tâm I(2 ; 1) và phương trình của đường thẳng AI: x + y – 3 = 0.

Pt của (C') : $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ có tâm I'(-a ; -b)

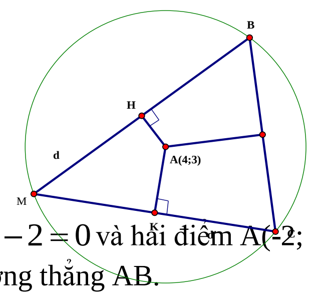
A(1 ; 2), B(1 ; 6) thuộc (C') và tâm I' thuộc đường thẳng AI. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2a+4b+c=-5 \\ 2a+12b+c=-37 \\ a+b+3=0 \end{cases}$$, giải hệ được a = 1, b = -4, c = 9; Pt của (C') : $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 9 = 0$

Bài 66 Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho A(4;3), đường thẳng (d) : x – y – 2 = 0 và (d'): x + y – 4 = 0 cắt nhau tại M. Tìm $B \in (d)$ và $C \in (d')$ sao cho A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MBC.

Hướng dẫn:

Tìm tọa độ M là giao của d và d'.
Tìm tọa độ H,K là hình chiếu của A trên d và d'
Từ đó tìm được B thuộc d và C thuộc d' là các điểm đối xứng của M qua H,K



Bài 67 Trong mặt phẳng (Oxy), cho đường tròn (C): $2x^2+2y^2-7x-2=0$ và hai điểm A(-2; 0), B(4; 3). Viết phương trình các tiếp tuyến của (C) tại các giao điểm của (C) với đường thẳng AB.

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: + Đường tròn (C) : $2x^2+2y^2-7x-2=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-\frac{7}{2}x-1=0 \Leftrightarrow \left(x-\frac{7}{4}\right)^2+y^2=\frac{65}{16}$

$\Rightarrow$ (C) có tâm $I\left(\frac{7}{4};0\right)$ và bán kính $R=\frac{\sqrt{65}}{4}$

+ Đường thẳng AB với A(-2; 0) và B(4; 3) có phương trình $\frac{x+2}{6}=\frac{y}{3}$, hay : $y=\frac{x+2}{2}$

+ Giao điểm của (C) với đường thẳng AB có tọa độ là nghiệm hệ PT

$$\begin{cases} 2x^2+2y^2-7x-2=0 \\ y=\frac{x+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+2\left(\frac{x+2}{2}\right)^2-7x-2=0 \\ y=\frac{x+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x(x-2)=0 \\ y=\frac{x+2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0; y=1 \\ x=2; y=2 \end{array}\right.$$

Vậy có hai giao điểm là M(0; 1) và N(2; 2)

+ Các tiếp tuyến của (C) tại M và N lần lượt nhận các vectơ $\overrightarrow{IM}=\left(-\frac{7}{4};1\right)$ và $\overrightarrow{IN}=\left(\frac{1}{4};2\right)$ làm các vectơ pháp tuyến , do đó các tiếp tuyến đó có phương trình lần lượt là :

- $-\frac{7}{4}(x-0)+1(y-1)=0$, hay : $7x-4y+4=0$
- $\frac{1}{4}(x-2)+2(y-2)=0$, hay : $x+8y-18=0$

Bài 68 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(1;3)$ nằm ngoài (C): $x^2+y^2-6x+2y+6=0$.

Viết phương trình đường thẳng d qua A cắt (C) tại hai điểm B và C sao cho AB=BC

Hướng dẫn: Theo yêu cầu bài toán $\Rightarrow A,B,C$ thẳng hàng và AB=BC.Gọi $B(a;b),C(m;n)\Rightarrow\begin{cases}m=2a-1\\n=2b-1\end{cases}$.

Do B, C nằm trên (C) nên $\begin{cases}a^2+b^2-6a+2b+6=0\\m^2+n^2-6m+2n+6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=1\\m=5\\n=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=7/5\\b=1/5\\m=9/5\\n=-13/5\end{cases}$.

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là x+y-4=0 và 7x+y-10=0.

Bài 69 Cho hai đường tròn : $(C_1): x^2+y^2-4x+2y-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-10x-6y+30=0$ có tâm lần lượt là I, J

a/.Chứng minh (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2) và tìm tọa độ tiếp điểm H .

b/.Gọi (d) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của (C_1) và (C_2) . Tìm tọa độ giao điểm K của (d) và đường thẳng IJ . Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn (C_1) và (C_2) tại H .

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: a).Chứng minh (C_1) tiếp xúc ngoài với (C_2) và tìm tọa độ tiếp điểm H .

(C_1) có tâm I(2 ; -1) và bán kính R_1= 3 . (C_2) có tâm J(5;3) và bán kính R=2.

Ta có : $IJ^2=(5-2)^2+(3+1)^2=25\Rightarrow IJ=5=R_1+R_2$

Suy ra (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài với nhau . Tọa độ tiếp điểm H đ- ợc xác

định bởi : $2\overrightarrow{HI}=-3\overrightarrow{HJ}\Leftrightarrow\begin{cases}2(x_I-x_H)=-3(x_J-x_H)\\2(y_I-y_H)=-3(y_J-y_H)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_H=\dfrac{19}{5}\\y_H=\dfrac{7}{5}\end{cases}$

b).Gọi (d) là một tiếp tuyến chung không đi qua H của (C_1) và (C_2) . Tìm tọa độ giao điểm K của (d) và đường thẳng IJ . Viết phương trình đường tròn (C) đi qua K và tiếp xúc với hai đường tròn (C_1) và (C_2) tại H .

Cã : $2\overrightarrow{KI}=3\overrightarrow{KJ}\Leftrightarrow\begin{cases}2(x_I-x_K)=3(x_J-x_K)\\2(y_I-y_K)=3(y_J-y_K)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_K=11\\y_K=11\end{cases}$

Đ- ờng tròn (C) qua K , tiếp xúc với (C_1) , (C_2) tại H nên tâm E của (C) là trung điểm của KH : $E\left(\dfrac{37}{5};\dfrac{31}{5}\right)$.

Bán kính (C) là EH = 6; Ph- ơng trình của (C) là : $\left(x-\dfrac{37}{5}\right)^2+\left(y-\dfrac{31}{5}\right)=36$

Bài 70 Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) tâm *I*(-1; 1), bán kính *R*=1, *M* là một điểm trên $(d): x-y+2=0$. Hai tiếp tuyến qua *M* tạo với (*d*) một góc 45^0 tiếp xúc với (C) tại *A*, *B*. Viết phương trình đường thẳng *AB*.

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

Hướng dẫn: Dễ thấy $I\in(d)$. Hai tiếp tuyến hợp với (*d*) một góc 45^0 suy ra tam giác *MAB* vuông cân và tam giác *IAM* cũng vuông cân . Suy ra: $IM=\sqrt{2}$.

Trang dạy học đầy video wwww.nguoithay.com

$M \in (d) \Rightarrow M(a;\, a+2),\ \overrightarrow{IM} = (a+1;\, a+1),\ IM = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}\,|a+1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-2 \end{array}\right.$.

Suy ra có 2 điểm thỏa mãn: $M_1(0;\, 2)$ và $M_2\,(-2;\, 0)$.

+ Đường tròn tâm M_1 bán kinh $R_1=1$ là (C_1): $x^2+y^2-4y+3=0$.Khi đó AB đi qua giao điểm của (C) và (C_1) nên AB: $x^2+y^2-4y+3 = x^2+y^2+2x-2y+1 \Leftrightarrow x+y-1=0$.

+ Đường tròn tâm M_2 bán kinh $R_2=1$ là (C_2): $x^2+y^2+4x+3=0$.Khi đó AB đi qua giao điểm của (C) và (C_2) nên AB: $x^2+y^2+4x+3 = x^2+y^2+2x-2y+1 \Leftrightarrow x+y+1=0$.

+ KL: Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn: $x+y-1=0$ và $x+y+1=0$

<u>Bài 71</u> .Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và đường thẳng d: x + y + m = 0. Tìm m để trên đường thẳng d có duy nhất một điểm A mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (C) (B, C là hai tiếp điểm) sao cho tam giác ABC vuông.

<u>Hướng dẫn:</u> Từ phương trình chính tắc của đường tròn ta có tâm I(1;-2), R = 3, từ A kẻ được 2 tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn và $AB \perp AC$ => tứ giác ABIC là hình vuông cạnh bằng $3 \Rightarrow IA = 3\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow |m-1| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-5 \\ m=7 \end{array}\right.$$

<u>Bài 72</u> Viết ph- ơng trình đ- ờng tròn đi qua hai điểm A(2;5), B9 4; 1) và tiếp xúc với đ- ờng thẳng có ph- ơng trình: $3x-y+9=0$.

<u>Hướng dẫn:</u> Hai đ- ờng tròn thoả mãn đề bài có ph- ơng trình:

$(C_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10;\quad (C_2): (x-17)^2 + (y-10)^2 = 250$

<u>Bài 73</u> Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) : $x^2+y^2+2x-8y-8=0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d: 3x+y-2=0 và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

<u>Hướng dẫn:</u>

Đường tròn (C) có tâm I(-1;4), bán kính R=5; Gọi phương trình đường thẳng cần tìm là Δ,

=> Δ : 3x+y+c=0, c≠2 (vì // với đường thẳng 3x+y-2=0)

Vì đường thẳng cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6=> khoảng cách từ tâm I đến Δ bằng

$$\sqrt{5^2-3^2} = 4 \quad \Rightarrow d(I,\Delta) = \frac{|-3+4+c|}{\sqrt{3^2+1}} = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 4\sqrt{10}-1 \\ c = -4\sqrt{10}-1 \end{array}\right. \text{(thỏa mãn c≠2)}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $3x+y+4\sqrt{10}-1=0$ hoặc $3x+y-4\sqrt{10}-1=0$.

<u>Bài 74</u> Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn (C) : $x^2+y^2-2x+6y-15=0$ và đường thẳng (d) : $mx-y-3m=0$ (m là tham số). Gọi I là tâm của đường tròn . Tìm m để đường thẳng (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B thoả mãn chu vi Δ IAB bằng $5(2+\sqrt{2})$.

<u>Hướng dẫn:</u> từ giả thiết ta tìm được khoảng cách từ I(1;-3) đến đường thẳng (d) là $\frac{5\sqrt{2}}{2}$, từ đó tìm ra m ?

<u>Bài 75</u> Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C) tâm $I(-1;\, 1)$, bán kính $R=1$, M là một điểm trên $(d): x-y+2=0$. Hai tiếp tuyến qua M tạo với (d) một góc 45^0 tiếp xúc với (C) tại *A, B*. Viết phương trình đường thẳng *AB*.

<u>Hướng dẫn:</u> Dễ thấy $I \in (d)$. Hai tiếp tuyến hợp với (d) một góc 45^0 suy ra tam giác *MAB* vuông cân và tam giác *IAM* cũng vuông cân . Suy ra: $IM = \sqrt{2}$.

$$M \in (d) \Rightarrow M(a;\, a+2),\ \overrightarrow{IM} = (a+1;\, a+1),\ IM = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}\,|a+1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=-2 \end{array}\right..$$

Suy ra có 2 điểm thỏa mãn: $M_1(0; 2)$ và M_2 (-2; 0).

+ Đường tròn tâm M_1 bán kinh R_1=1 là (C_1): $x^2+y^2-4y+3=0$.Khi đó *AB* đi qua giao điểm của (C) và (C_1)

nên *AB:* $x^2+y^2-4y+3=x^2+y^2+2x-2y+1 \Leftrightarrow x+y-1=0$.

+ Đường tròn tâm M_2 bán kinh R_2=1 là (C_2): $x^2+y^2+4x+3=0$.Khi đó *AB* đi qua giao điểm của (C) và (C_2)

nên *AB:* $x^2+y^2+4x+3=x^2+y^2+2x-2y+1 \Leftrightarrow x+y+1=0$.

+ KL: Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn: $x+y-1=0$ và $x+y+1=0$.

Bài 76 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng Δ : x + my – 2m + 3 = 0 với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B sao cho diện tích ΔIAB lớn nhất.

Hướng dẫn: (C) : $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ có tâm là I (-2; -2); R = $\sqrt{2}$

Giả sử Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Kẻ đường cao IH của ΔABC, ta có

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}IA.IB.\sin AIB = \sin AIB$$

Do đó $S_{\Delta ABC}$ lớn nhất khi và chỉ khi $\sin AIB = 1 \Leftrightarrow$ ΔAIB vuông tại I

$$\Leftrightarrow IH = \frac{IA}{\sqrt{2}} = 1 \text{ (thỏa } IH < R) \Leftrightarrow \frac{|1-4m|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 - 8m + 16m^2 = m^2 + 1 \Leftrightarrow 15m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ hay } m = \frac{8}{15}$$

Bài 77 Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy cho A(4; 3), đường thẳng (d):x – y – 2 = 0 và (d’): x + y – 4 = 0 cắt nhau tại M. Tìm B∈(d); C∈(d’) sao cho A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MBC.

Hướng dẫn: M(3;1), Lấy B(a; 2 – a)∈ (d) C(b;4 – b) ∈(d’); Vì (d) ⊥ (d’)

==> A là trung điểm BC : B(6;4), C(2;2)

Bài 78 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho hai đường thẳng $\Delta: x+3y+8=0$, $\Delta': 3x-4y+10=0$ và điểm *A*(-2 ; 1). Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng Δ, đi qua điểm *A* và tiếp xúc với đường thẳng Δ’.

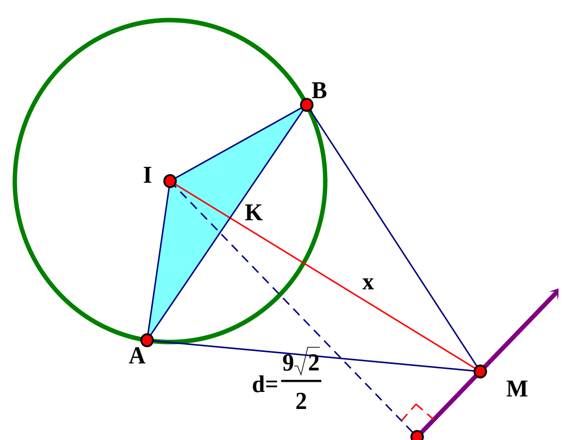
Hướng dẫn: Tâm I của đường tròn thuộc Δ nên I(-3t – 8; t); Theo yc thì k/c từ I đến Δ’ bằng k/c IA nên ta có

$$\frac{|3(-3t-8)-4t+10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{(-3t-8+2)^2+(t-1)^2}$$; Giải tiếp được t = -3 thì I(1;-3) và IA=5 …..

Bài 79 Trong mpOxy , cho đường tròn (C) có tâm I (2;4), bán kính R=$2\sqrt{2}$ và đường thẳng (D) có phương trình : $x-y-7=0$.Tìm toạ độ điểm M nằm trên (D) để từ M kẻ tới đường tròn (C) hai tiếp tuyến MA,MB (A,B là hai tiếp điểm) sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất.

Hướng dẫn: khoảng cách từ I đến dường thẳng (D) là $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. Diện tích tam giác IAB là

$S=\frac{1}{2}.AB.d(I,(D))$. Đặt IM=x thì $x \geq \frac{9\sqrt{2}}{2}$



$thì\ KA = \frac{8}{x}; KB = \sqrt{x^2 - 8} => S = \frac{8}{x}.\sqrt{x^2-8} = 8\sqrt{1 - \frac{8}{x^2}} = f(x)$

$với\ x \ge \frac{9\sqrt{2}}{2}$

$có\ f'(x) = 8.\frac{16}{2.x^3\sqrt{1-\frac{8}{x^2}}}; x \ge \frac{9\sqrt{2}}{2}.$

$Suy\ ra \min f(x) = f\left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)$

Các bài tự luyện

Bài 80 Trong mặt phẳng *0xy* chứng minh rằng đường tròn $(C_m): x^2 + y^2 - 2m^2x - 4my + 4m^2 = 0$ luôn tiếp xúc với 2 đường cố định mà ta phải chỉ rõ.

Bài 81 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 6 = 0$. Gọi (C') là đường tròn tâm I(–2 ; 3) và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho AB = 2. Viết phương trình đường thẳng AB.

Bài 82 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm A(3; 5) và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$. Từ A kẻ các tiếp tuyến AM, AN đến (C) (M, N là tiếp điểm). Viết phương trình MN và tính khoảng cách giữa hai điểm M, N.

Bài 83 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm M(4; –1) và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua M và cắt (C) theo một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{2}$.

Bài 84 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 8x - 6y = 0$ và đường thẳng (d): 3x–4x+10 = 0. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc với (d) và cắt (C) tại hai điểm A, B thỏa AB = 6.

Bài 85 . Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho qua M kẻ được hai tiếp tuyến với (C) mà góc giữa hai tiếp tuyến đó bằng 60^0.

Bài 86 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng d: $x - y - 2 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 5$. Tìm toạ độ điểm M thuộc đường thẳng d mà qua đó kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác MAB đều.

Bài 87 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$, A(2; 0), $ABC = 90^0$ và diện tích tam giác ABC bằng 4. Tìm toạ độ các đỉnh A, B, C.

Bài 88 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-2)^2 + y^2 = 4$. Gọi I là tâm của (C).Tìm toạ độ điểm M có tung độ dương thuộc (C) sao cho tam giác OIM có diện tích bằng $\sqrt{3}$.

Bài 89 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 5 = 0$ và hai đường thẳng Δ_1: 2x –y –6 = 0, Δ_2: x + y = 0. Tìm điểm A thuộc Δ_1 và điểm B thuộc (C) sao cho A và B đối với xứng nhau qua Δ_2.

Bài 90 Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm M(5;1) và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiếp tuyến đó lớn nhất.

Bài 91 *(KD - 07)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đ- ờng tròn (C) :
$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9$ và đ- ờng thẳng d : 3x - 4y + m = 0;Tìm m để trên d có duy nhất một điểm P mà từ đó có thể kẻ đ- ợc hai tiếp tuyến PA, PB tới (C) , (A, B là các tiếp điểm) sao cho tam giác PAB đều.

Bài 92 *(DBKA - 07)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy ,cho đ- ờng tròn (C) : $x^2 + y^2 = 1$.
Đ- ờng tròn (C') tâm I(2;2) cắt (C) tại hai điểm A,B sao cho AB = $\sqrt{2}$ .Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng AB.

Bài 93 *(DBKB - 07)*Cho đ- ờng tròn (C) : $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đ- ờng thẳng d : x + y -1 = 0.
Xác định toạ độ các đỉnh của hình vuông ABCD ngoại tiếp (C) ,biết A thuộc d.

Bài 94. *(DBKB - 07)*Cho đ- ờng tròn C: $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$. viết ph- ơng trình đ- ờng tròn (C') tâm M(5;1) ,biết (C') cắt (C) tại các điểm A,B sao cho AB = $\sqrt{3}$

Bài 95 ***(KB - 06) (KB - 06)*** Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy ,Cho đ- ờng tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$ và điểm M(-3;1).Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) .Viết ph- ơng trình đ- ờng thẳng T_1T_2.

Bài 96 *(KD - 06)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đ- ờng tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ và đ- ờng thẳng d: x-y+3=0. Tìm tọa độ điểm M nằm trên d sao cho đ- ờng tròn tâm M, có bán kính gấp đôi bán kính đ- ờng tròn (C), tiếp xúc ngoài với đ- ờng tròn (C).

Bài 97*(DBKD - 06)* Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy ,cho đ- ờng thẳng d: $x - y + 1 - \sqrt{2} = 0$ và điểm A(-1;1).Viết ph- ơng trình đ- ờng tròn (C) đi qua A,gốc toạ độ O và tiếp xúc với đ- ờng thẳng d.

Bài 98 *(DBKA - 05)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đ- ờng tròn (C_1):$x^2+y^2-12x-4y+36 = 0$. Viết ph- ơng trình đ- ờng tròn (C_2) tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox ,Oy ,đồng thời tiếp xúc với đ- ờng tròn (C_1).

Bài 99 *(DBKA - 05)* Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) : $x^2 +y^2 -4x-6y -12 = 0$. Gọi I là tâm và R là bán kính của (C) .Tìm toạ độ điểm M thuộc đ- ờng thẳng d: 2x -y +3 = 0 sao cho MI = 2 R.

Bài 100 *(DBKD - 05)*Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đ- ờng tròn :

(C_1): $x^2 +y^2 = 9$ và (C_2) : $x^2 +y^2 -2x -2y -23 =0$.

Viết ph- ơng trình trục đẳng ph- ơng d của hai đ- ờng tròn (C_1) và (C_2).Tìm toạ độ điểm K thuộc d sao cho khoảng cách từ K đến tâm (C_1) bằng 5.

Bài 101 *(DB -KB-03)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đ- ờng thẳng d: x -7y +10 = 0.Viết ph- ơng trình đ- ờng tròn có tâm thuộc đ- ờng thẳng Δ: 2x + y = 0 và tiếp xúc với đ- ờng thẳng d tại điểm A(4;2).

Bài 102 *(CT -KD-03)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc Oxy cho đ- ờng tròn :
(C): $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đ- ờng thẳng d: x - y — 1 = 0.
Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng d. Tìm tọa độ các giao điểm của (C) và (C').

Bài 103*(DB -KA-02)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ 0xy cho đ- ờng thẳng d: x-y+1=0 và đ- ờng tròn (C) :$x^2+y^2+2x- 4y = 0$. Tìm toạ độ điểm M truộc đ- ờng thẳng d mà qua đó ta kẻ đ- ợc hai đ- ờng thẳng tiếp xúc với (C) tại A và B sao cho góc $\angle AMB = 60^0$.

Bài 104 *(DB -KB-02)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hai đ- ờng tròn

(C_1) : $x^2+y^2 -4y -5 = 0$ và (C_2) : $x^2 +y^2 -6x +8y +16 = 0$.

Viết ph- ơng trình các tiếp tuyến chung của hai đ- ờng tròn (C_1) và (C_2).

. ***Bài 104*** *(DB -KD-02)*Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hai đ- ờng tròn

(C_1) : $x^2+y^2 -10x =0$, (C_2) : $x^2 +y^2 +4x -2y -20 = 0$.

1. *(DB -KD-02)*Viết ph- ơng trình đ- ờng tròn đi qua các giao điểm của (C_1) ,(C_2) và có tâm nằm trên đ- ờng thẳng d: x +6y -6 = 0.
2. *(DB -KD-02)*Viết ph- ơng trình tiếp tuyến chung của các đ- ờng tròn (C_1),(C_2).

Bài 105 *(CT -KA-09)* Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.

Bài 106 *CT -KA-09)* Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$, với m là tham số thực. Gọi I là tâm của đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

Bài 107 *(CT -KB-09)* Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) : $(x-2)^2 + y^2 = \frac{4}{5}$ và hai đường thẳng Δ_1 : x – y = 0, Δ_2 : x – 7y = 0. Xác định toạ độ tâm K và tính bán kính của đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm K thuộc đường tròn (C)

Bài 108 *(CT -KD-09)* Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) : $(x - 1)^2 + y^2 = 1$. Gọi I là tâm của (C). Xác định tọa độ điểm M thuộc (C) sao cho $\widehat{IMO} = 30^0$.

Bài 109 *(CT -KA-10)* Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* , cho hai đường thẳng d_1: $\sqrt{3}x + y = 0$ và d_2: $\sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (T), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Bài 110 *(CT -KA-11)* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ : x+ y + 2 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ. Qua M kẻ các đường tiếp tuyến MA, MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác MAIB có diện tích bằng 10.

Bài 111 *(CT -KB-11)* Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh B $\left(\frac{1}{2};1\right)$. Đường tròn nội tiếp tam giác ABC tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tương ứng tại các điểm D, E, F. Cho D (3; 1) và đường thẳng EF có phương trình y – 3 = 0. Tìm tọa độ đỉnh A, biết A có tung độ dương.

Bài 112*(CT -KD-11)* Trong mặt phẳng tỏa độ Oxy, cho điểm A(1; 0) và đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A.

Bài 113Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(3;-7), trực tâm là H(3;-1), tâm đường tròn ngoại tiếp là I(-2;0). Xác định toạ độ đỉnh C, biết C có hoành độ dương.

Bài 114 Cho ph- ơng trình đ- ờng tròn (C_m) : $x^2 + y^2 - 4mx - 2(m+1)y = 1$.

a)Tìm quĩ tích tâm các đ- ờng tròn (C_m)

b)Chứng minh rằng quĩ tích đó tiếp xúc với parabol (p) : $y^2 = 2x$.

Bài 115Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho đường tròn (T): $x^2 + y^2 - 2x - y - 5 = 0$ và đường thẳng (d): 3x+4y-5=0. Chứng minh rằng (d) cắt (T) tại hai điểm phân biệt B, C. Tìm trên (T) điểm A có hoành độ âm sao cho tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp r=1.

Bài 116 Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, B(-5;0), C(7;0), bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là $r = 2\sqrt{13} - 6$. Tìm toạ độ tâm I của vòng tròn nội tiếp tam giác biết điểm I có tung độ dương.

Bài 117 Trong mặt phẳng với hệ tọa độ **Oxy**, cho hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 13$ và $(C'): (x-6)^2 + y^2 = 25$. Gọi A là một giao điểm của (C) và (C') với $y_A > 0$. Viết phương trình đường thẳng ***(d)*** đi qua A và cắt $(C),(C')$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau (hai dây cung này khác nhau).

Bài 114. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho đ- ờng tròn (C) : $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$.

Gọi I là tâm và R là bán kính của (C) .Tìm toạ độ điểm M thuộc đ- ờng thẳng d: 2x -y +3 = 0 sao cho MI = 2 R.

...........///...........